
Rollo:
Videojuegos:
Llenar pileta
Vaciar pileta
Tabla 2

Campo de Prácticas
PROFESORADOS DE LA FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
UNLPAM
Campo de Prácticas, junio 2021, ISSN 2718-8787, pp. 211-265

Caminando en línea recta

Nicolás Pipet
nicopipet@outlook.es
Profesorado en Matemática, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, UNLPam

Resumen

En el presente trabajo se presentan distintos objetivos, argumentos y fuentes relacionadas con la planificación de estrategias y actividades para la enseñanza de las Funciones Lineales a un grupo de alumnos de Cuarto año del Ciclo Orientado. Está basado en fundamentos matemáticos y didácticos, en fuentes curriculares y editoriales y en los Materiales Curriculares de la Provincia. Se comparan y analizan textos y actividades de distintos autores y se seleccionan los que se consideran más acorde al grupo para desarrollar la clase; detallándose, brevemente, actividades extraídas de libros de texto, analizando sus ventajas y desventajas en base a los fundamentos didácticos que se deben seguir.

Desarrollo

El tema que desarrollo durante mi residencia es el de Función Lineal y apunta a trabajarlo desde situaciones problemáticas reales de manera que los alumnos entiendan “para qué sirve” aprender funciones lineales. Para enriquecer nuestra práctica docente y el aprendizaje de nuestros alumnos es necesario tener en cuenta las distintas miradas sobre el tema a desarrollar dentro del aula, es por eso que detallo a continuación una descripción de las características básicas que se trabajan en el tema de Función Lineal, teniendo en cuenta los objetivos de 4° años del Ciclo Orientado para, luego, hacer hincapié en los fundamentos matemáticos, didácticos, los aportes de los materiales curriculares y la perspectiva de distintos libros de textos que consulté para poder argumentar los conceptos matemáticos en cuestión.

Definición de Función: Una relación entre dos variables es *"función"* si a cada valor de la variable independiente le corresponde un único valor de la variable dependiente (Kurzrok, 2015: página 44).

Definición de Función Lineal: Dados dos números reales *a* y *b*, las expresiones de la forma $f(x) = a.x + b$ se llaman *funciones lineales*. El gráfico de una función lineal es una recta. El número *a* se llama pendiente y determina la inclinación que tendrá la recta, en tanto que el número *b* se llama ordenada al origen y es el valor sobre el eje *y* por donde pasa el gráfico de la recta. Es decir, es el valor de *y* cuando *x=0* (Itzcovich, 2011: p. 48).

Una de las características de la función lineal es la de poseer *variación uniforme*, es decir, que cada vez que la variable independiente aumenta o disminuye un determinado valor, la variable dependiente también aumenta o disminuye una cierta cantidad. Esta variación es siempre constante (JesiVM, 2016)

Fundamentos matemáticos

En primer lugar, se define el concepto de función, según Gastaminza (1970, 26):

1.4. <u>FUNCIONES</u>. Hablando intuitivamente, una función o aplicación de un conjunto A en otro conjunto B es una correspondencia que a cada elemento de A le asocia <u>un</u> elemento de B. Si con f designamos a la función, el elemento $y \in B$ que corresponde al elemento $x \in A$ se llama la imagen de x por f o valor que toma f en x y se escribe $y = f(x)$.

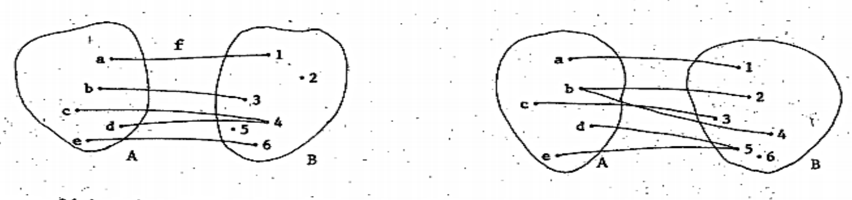
Claro que ésta no es una definición rigurosa puesto que no se ha precisado el significado del término correspondencia. La noción intuitiva de aplicación como una correspondencia o regla que permite pasar de un conjunto a otro se formaliza en la siguiente

<u>Definición</u>. Dados dos conjuntos no vacíos A y B una aplicación de A en B es una relación f tal que para cada elemento $x \in A$ existe uno y solo un elemento $y \in B$ tal que $x\ f\ y$.

En lugar de $x\ f\ y$ se escribe $f(x) = y$. Para indicar que f es una aplicación de A en B se escribe:

$$f: A \longrightarrow B \qquad \text{ó} \qquad A \xrightarrow{f} B$$

Por ejemplo, de las dos relaciones representadas en el dibujo, la primera es una aplicación de A en B porque a cada elemento de A le corresponde un único elemento en B, mientras que la segunda no lo es porque al elemento $b \in A$ le corresponden 2 y $4 \in B$.



Se tiene: $f(a) = 1$; $f(b) = 3$; $f(c) = 4$; $f(d) = 4$; $f(e) = 6$.

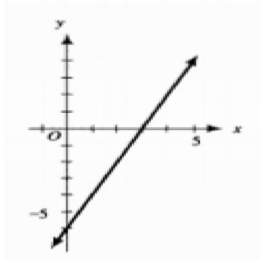
26

En segundo lugar, se define el concepto principal a trabajar que es el de Función Lineal, recuperado de Leithold (1998, 15):

Una **función lineal** se define por

$$f(x) = mx + b$$

donde m y b son constantes y $m \neq 0$. Su gráfica es una recta cuya *pendiente* es m y su *intercepción* y u *ordenada al origen* es b.



$f(x) = 2x - 6$

También se define el concepto de Función Lineal según Stewart (p. 223), en su "Introducción al Cálculo" donde además brinda un ejemplo para clarificar el concepto:

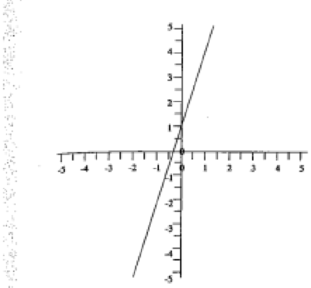


FIGURA 4

EJEMPLO 3 ■ **Gráfica de una función lineal**

Una función f definida para todo real x por $f(x) = ax+b$ se llama función lineal porque su gráfica es una línea recta. El número b es la segunda coordenada del punto $(0,b)$ en el que la recta corta al eje Y. El número a es la pendiente de la recta.

Trace la gráfica de la función $f(x) = 3x+1$

SOLUCIÓN

De acuerdo con lo anterior, la gráfica de $f(x) = 3x+1$ es una recta de pendiente 3 que intersecta el eje Y en $(0,1)$ como muestra la Figura 4.

Por otra parte, recuerde que para determinar una recta basta conocer dos de sus puntos; por tanto pueden elegirse dos valores de x distintos y determinar sus imágenes por medio de la función para trazar la gráfica de f. ■

Fundamentos de didáctica de la Matemática

Me resulta muy interesante la idea de función lineal que expone Roldán Cruz (2013, 109) por la cual La función lineal se constituye en excelente herramienta para estudiar y modelar problemas de variación. Las cantidades empleadas varían en tiempo, espacio, con otras cantidades, esta variación puede ser más rápida o más lenta, creciente o decreciente, sin embargo, mantiene tal ritmo de variación ante lo cual son fácilmente identificables patrones y regularidades en ella. Estos aspectos desarrollan significativamente el llamado pensamiento variacional.

Comprender lo que es función lineal requiere que el estudiante se aleje de la definición formal que se da –en clase y en textos-, y que, a partir de la creación de modelos, la relación de los mismos con datos teóricos y experimentales de situaciones que representan, llegue a una definición propia con sentido que refleje su aprehensión de los elementos teóricos que le subyacen. Es decir, Para que los estudiantes aprendan que es función lineal deben no solo memorizar una definición dada, debe planteárseles diferentes situaciones en las que apartar de la confrontación de datos y diferentes representaciones generen modelos de función lineal en los que los elementos teóricos tengan sentido.

Esta concepción de función lineal sintetiza la idea central de la función lineal tomada en cuenta en este trabajo. Explica de manera sencilla y clara el significado de variación uniforme y expone que al estudiante hay que postergar la definición formal de función lineal, creando primero modelos y diferentes situaciones para que puedan comprender las aplicaciones reales de este tipo de funciones.

Se retoman las conclusiones del estudio realizado por Peralta García (2003):

“Nuestro estudio revela que cuando se trata de la función lineal, la noción de pendiente representa un serio obstáculo para la articulación entre registros. Esta dificultad se revela con mayor fuerza en cierto tipo de conversiones, por ejemplo, cuando el registro de partida es el gráfico. Los errores registrados no solo revelan un descuido notorio de las actividades de conversión por parte de la enseñanza, sino además una confianza excesiva de los estudiantes en los procedimientos que han logrado mecanizar y de los que no manifiestan tener una significación clara. A pesar del éxito aparente logrado por los estudiantes, el registro tabular utilizado como registro de partida ha resultado desconcertante. Las causas de este desconcierto parecieran asociadas con la utilización de la tabulación, solamente como una herramienta intermedia que permite localizar puntos en un plano, a partir de una representación algebraica y no como una representación por sí misma.

Puede decirse en lo general que los estudiantes, no han mostrado una aprehensión conceptual del objeto bajo estudio; en el sentido de que no han mostrado una articulación espontánea y libre de contradicciones de sus diversas representaciones. En estas condiciones es muy difícil que los estudiantes puedan utilizar con éxito la función lineal como herramienta para resolver problemas de oferta y demanda” (p. 172).

Lo que resulta interesante en estos párrafos citados es cómo la autora expone que cuando se les plantea actividades donde los alumnos sólo deben tabular datos y graficar, en realidad no están adquiriendo el conocimiento, sino que están mecanizando cómo graficar, pero sin darle sentido a lo que están realizando, más allá que la ejercitación esté resuelta de manera correcta. Y ésta es la idea de esta minimonografía. Si queremos que nuestros estudiantes adquieran los conocimientos no nos debemos limitar sólo a anotar datos ya que eso lleva a la mecanización y, en realidad, no están adquiriendo el contenido. Es nuestra tarea como docentes elaborar actividades dónde los alumnos puedan observar la aplicación de ese contenido, en este caso de función lineal, a la vida real. Esto ayudaría a comprender el concepto y que no mecanicen aplicando fórmulas o anotando datos en un eje cartesiano.

La siguiente cita tomada de una tesis realizada por Posada Balvin y Villa (2006) resume esta idea:

“Concluimos que para que la escuela pueda alcanzar un buen desarrollo conceptual de la función lineal con sus estudiantes, desde una perspectiva variacional, requiere tener en cuenta los siguientes aspectos:

. La identificación de las relaciones de dependencia entre dos magnitudes.

. La cuantificación de la relación mediante tablas de valores.

. La identificación de la razón de cambio constante.

. El reconocimiento de la razón de cambio constante como elemento que identifica las funciones lineales.

. La compresión de la función lineal como un modelo que atrapa la covariación entre dos magnitudes.

. La identificación de la proporcionalidad simple directa como un caso particular de función lineal importante en la modelación de variados fenómenos.

. La identificación de las características que identifican una función lineal desde los diferentes registros de representaciones” (p.173).

Lo importante a destacar en lo antes citado es la importancia que se le da a la perspectiva variacional para la enseñanza de la función lineal. En la mayoría de los libros de texto no se hace hincapié en este aspecto que es esencial para el entendimiento del concepto de función lineal. Aplicar una fórmula, graficar a través de una tabla de valores sin previo análisis o realizar el pasaje para poder graficar a partir de la ecuación explícita de la recta no son suficientes si no se analiza la relación entre magnitudes, la variación existente entre los parámetros de este tipo de funciones.

Fuentes curriculares

Según los diseños curriculares para el Ciclo Orientado de la Educación Secundaria de la Provincia de La Pampa (2013), los contenidos se encuentran divididos en cuatro ejes:

- Número y el Álgebra;
- Funciones y el Álgebra;
- Geometría y la medida;

- Probabilidad y Estadística.

Debido a que me encuentro haciendo las prácticas en un Cuarto año del Ciclo Orientado del nivel Secundario, como objetivo principal, en relación al eje de funciones y el álgebra, se presenta la modelización de situaciones que promuevan la interpretación, análisis y uso de funciones lineales.

Dentro del eje Funciones y el Álgebra, en los Materiales Curriculares se plantean los siguientes objetivos:

La modelización de situaciones que promuevan la interpretación, análisis y uso de funciones y ecuaciones lineales y cuadráticas.

Esto supone:

. Modelizar situaciones extramatemáticas e intramatemáticas mediante funciones lineales:

-usando las nociones de dependencia y variabilidad;

-seleccionando la representación (tablas, fórmulas, gráficas con recursos tecnológicos) adecuada a la situación;

-interpretando el dominio, el codominio, las variables, los parámetros y los puntos estratégicos en el contexto de las situaciones que modelizan.

. Analizar el comportamiento de las funciones lineales:

-interpretando la información que portan sus gráficas y sus fórmulas;

-vinculando las variaciones de sus gráficas con las de sus fórmulas, y estableciendo la incidencia de tales variaciones en las características de las funciones mediante el uso de recursos tecnológicos.

. Modelizar situaciones extramatemáticas con restricciones, donde las relaciones entre las variables que intervienen se expresan mediante ecuaciones lineales, y las restricciones con inecuaciones lineales.

A partir de este tema, planteo los siguientes **objetivos**:

. Modelizar situaciones extra e intramatemáticas mediante funciones lineales.

. Reconocer la variación uniforme característica de este tipo de funciones.

. Identificar las funciones lineales por su expresión algebraica.

. Identificar las características de las funciones lineales.

. Graficar funciones lineales utilizando tablas de valores e interpretando pendiente y ordenada al origen.

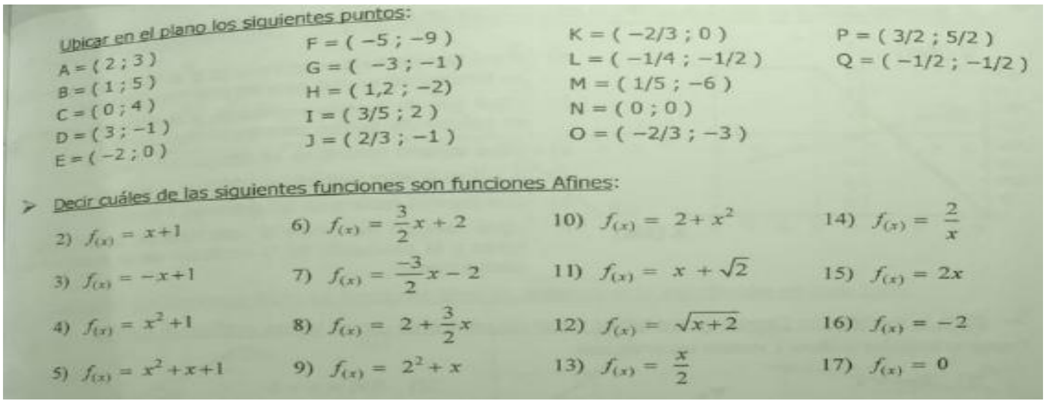
. Reconocer funciones lineales en sus formas implícitas y explícitas.

Los puntos antes mencionados serán la base de las actividades que programaré para desarrollar en las clases, y me darán pautas a seguir cuando tenga que formular consignas y ejercitaciones para los alumnos.

Fuentes editoriales

A continuación, se analizarán distintas actividades presentadas por libros de textos que se utilizan en los colegios:

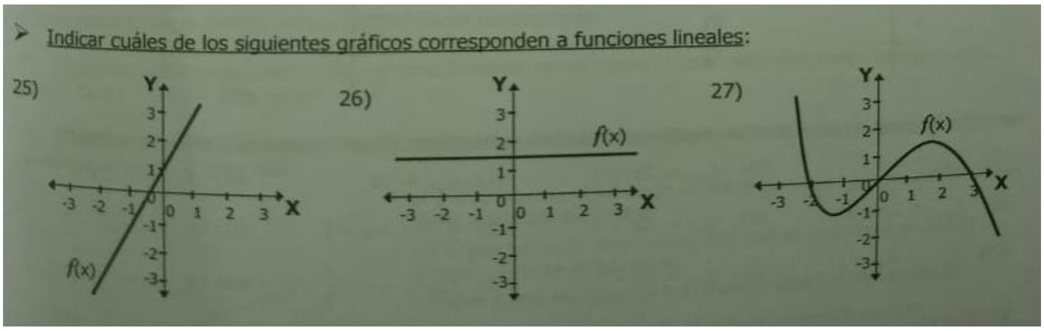
En las siguientes actividades planteadas en el Tomo III de la obra "Logikamente" Ediciones Logikamente (2011), se puede apreciar cómo se plantean fórmulas, puntos o gráficas, pero sin un contexto que los contenga, es decir que los alumnos sólo se dedicarían a observar o ubicar puntos en los ejes cartesianos, lo cual podrían hacerlo sin comprender en verdad el trabajo que están realizando. No hay ninguna situación que genere un desequilibrio en las estructuras cognitivas de los alumnos. Tampoco se presenta algún indicio de validación, la respuesta a cada apartado será verificada por el docente.


Ubicar en el plano los siguientes puntos:

A = (2 ; 3)
B = (1 ; 5)
C = (0 ; 4)
D = (3 ; −1)
E = (−2 ; 0)
F = (−5 ; −9)
G = (−3 ; −1)
H = (1,2 ; −2)
I = (3/5 ; 2)
J = (2/3 ; −1)
K = (−2/3 ; 0)
L = (−1/4 ; −1/2)
M = (1/5 ; −6)
N = (0 ; 0)
O = (−2/3 ; −3)
P = (3/2 ; 5/2)
Q = (−1/2 ; −1/2)

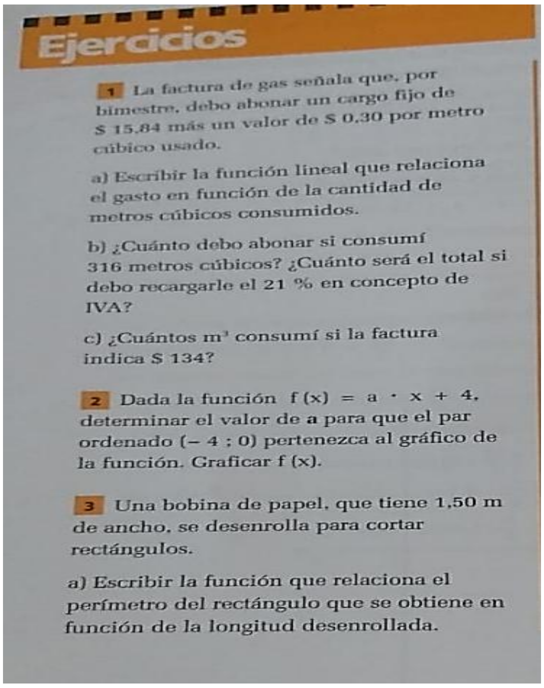
➢ Decir cuáles de las siguientes funciones son funciones Afines:

2) $f_{(x)} = x+1$
3) $f_{(x)} = -x+1$
4) $f_{(x)} = x^2+1$
5) $f_{(x)} = x^2+x+1$
6) $f_{(x)} = \frac{3}{2}x+2$
7) $f_{(x)} = \frac{-3}{2}x-2$
8) $f_{(x)} = 2+\frac{3}{2}x$
9) $f_{(x)} = 2^2+x$
10) $f_{(x)} = 2+x^2$
11) $f_{(x)} = x+\sqrt{2}$
12) $f_{(x)} = \sqrt{x+2}$
13) $f_{(x)} = \frac{x}{2}$
14) $f_{(x)} = \frac{2}{x}$
15) $f_{(x)} = 2x$
16) $f_{(x)} = -2$
17) $f_{(x)} = 0$



La siguiente imagen muestra una serie de ejercicios planteados en "El libro de la Matemática 9" Editorial Estrada (2011). Por un lado, me resulta interesante la primera actividad ya que trata sobre una situación de la vida real. Habla de un recibo de gas planteando un cargo fijo y cómo va variando lo que se debe abonar por metro cúbico consumido. Intentando que el alumno llegue a plantear la ecuación explícita de la recta a partir de estos datos. Y luego, a partir dese pretende que halle diferentes datos. La tercera actividad planteada también creo que es interesante para trabajar en el aula ya que utiliza una situación de geometría para trabajar la función lineal. El hecho que los estudiantes deban producir, en este caso desenrollando y tomando medidas, creo que inspira a que se interesen más en realizar y comprender la actividad.

La segunda actividad es la que, en este caso, me resulta fuera de contexto, debido a que recurre directamente a que apliquen métodos algebraicos sin un contexto de comprensión.



Ejercicios

1 La factura de gas señala que, por bimestre, debo abonar un cargo fijo de $ 15,84 más un valor de $ 0,30 por metro cúbico usado.

a) Escribir la función lineal que relaciona el gasto en función de la cantidad de metros cúbicos consumidos.

b) ¿Cuánto debo abonar si consumí 316 metros cúbicos? ¿Cuánto será el total si debo recargarle el 21 % en concepto de IVA?

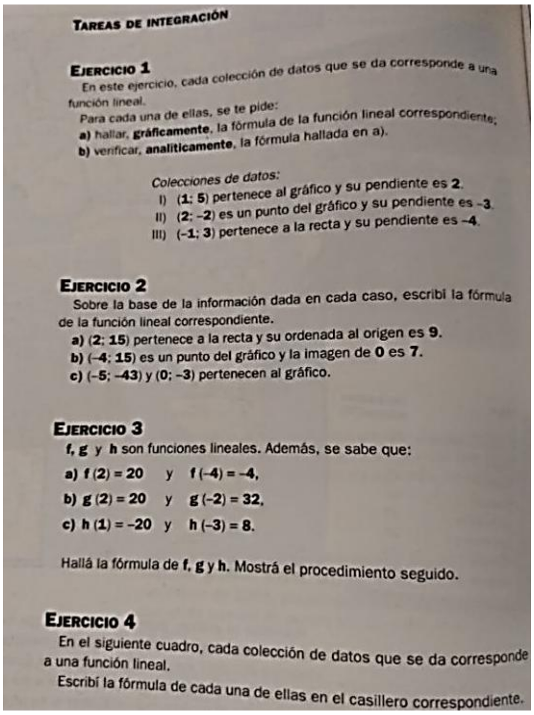
c) ¿Cuántos m^3 consumí si la factura indica $ 134?

2 Dada la función $f(x) = a \cdot x + 4$, determinar el valor de a para que el par ordenado $(-4 ; 0)$ pertenezca al gráfico de la función. Graficar $f(x)$.

3 Una bobina de papel, que tiene 1,50 m de ancho, se desenrolla para cortar rectángulos.

a) Escribir la función que relaciona el perímetro del rectángulo que se obtiene en función de la longitud desenrollada.

Las actividades presentadas a continuación son del libro “Matemática” Editorial Estrada (1996). En los ejercicios del 1 al 4 se dan diferentes datos y los alumnos deben llegar a la fórmula que representa cada situación. Y, luego, las actividades que continúan son todas situaciones de la vida real donde se puede aplicar el concepto de Función Lineal para su resolución. Esta secuencia de actividades me resulta atrayente porque comienza buscando diferentes fórmulas con los datos que se les da y luego prosigue con situaciones de la vida real. Son actividades con temas variados, pasa de una situación en una ciudad a plantear un caso de una huerta.



TAREAS DE INTEGRACIÓN

EJERCICIO 1

En este ejercicio, cada colección de datos que se da corresponde a una función lineal.

Para cada una de ellas, se te pide:

a) hallar, **gráficamente**, la fórmula de la función lineal correspondiente;

b) verificar, **analíticamente**, la fórmula hallada en a).

Colecciones de datos:

I) (**1**; **5**) pertenece al gráfico y su pendiente es **2**.

II) (**2**; **–2**) es un punto del gráfico y su pendiente es **–3**.

III) (**–1**; **3**) pertenece a la recta y su pendiente es **–4**.

EJERCICIO 2

Sobre la base de la información dada en cada caso, escribí la fórmula de la función lineal correspondiente.

a) (**2**; **15**) pertenece a la recta y su ordenada al origen es **9**.

b) (**–4**; **15**) es un punto del gráfico y la imagen de **0** es **7**.

c) (**–5**; **–43**) y (**0**; **–3**) pertenecen al gráfico.

EJERCICIO 3

f, **g** y **h** son funciones lineales. Además, se sabe que:

a) f (2) = 20 y f (–4) = –4,

b) g (2) = 20 y g (–2) = 32,

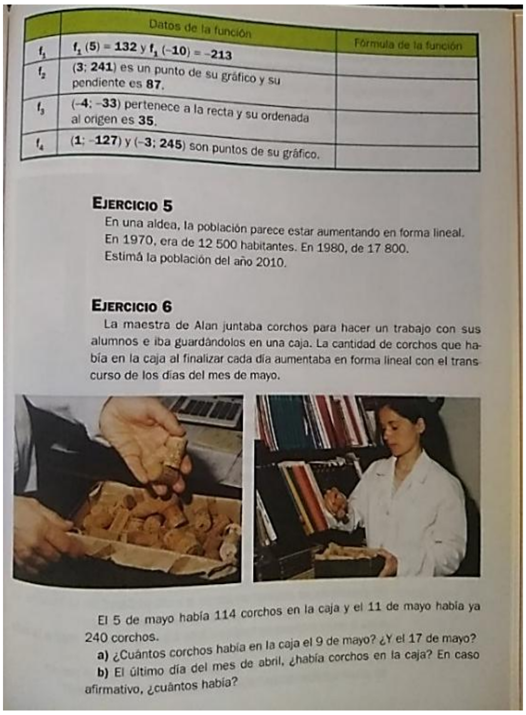
c) h (1) = –20 y h (–3) = 8.

Hallá la fórmula de **f**, **g** y **h**. Mostrá el procedimiento seguido.

EJERCICIO 4

En el siguiente cuadro, cada colección de datos que se da corresponde a una función lineal.

Escribí la fórmula de cada una de ellas en el casillero correspondiente.



	Datos de la función	Fórmula de la función
f_1	f_1 (**5**) = **132** y f_1 (**–10**) = **–213**	
f_2	(**3**; **241**) es un punto de su gráfico y su pendiente es **87**.	
f_3	(**–4**; **–33**) pertenece a la recta y su ordenada al origen es **35**.	
f_4	(**1**; **–127**) y (**–3**; **245**) son puntos de su gráfico.	

EJERCICIO 5

En una aldea, la población parece estar aumentando en forma lineal. En 1970, era de 12 500 habitantes. En 1980, de 17 800. Estimá la población del año 2010.

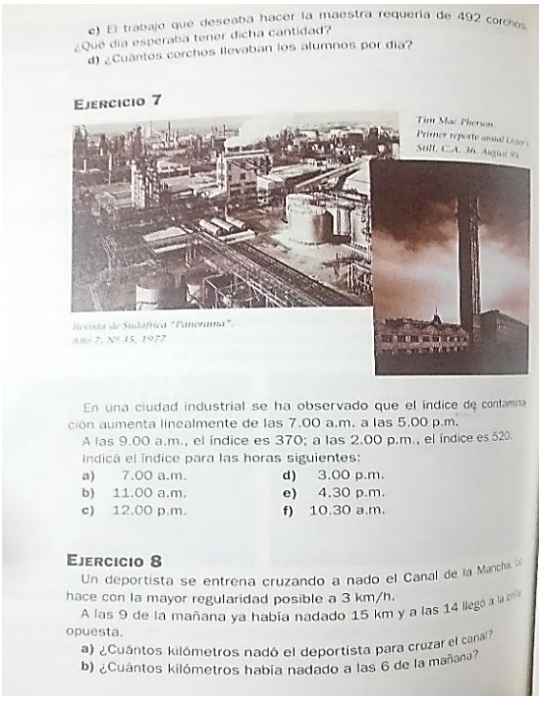
EJERCICIO 6

La maestra de Alan juntaba corchos para hacer un trabajo con sus alumnos e iba guardándolos en una caja. La cantidad de corchos que había en la caja al finalizar cada día aumentaba en forma lineal con el transcurso de los días del mes de mayo.

El 5 de mayo había 114 corchos en la caja y el 11 de mayo había 240 corchos.

a) ¿Cuántos corchos había en la caja el 9 de mayo? ¿Y el 17 de mayo?

b) El último día del mes de abril, ¿había corchos en la caja? En caso afirmativo, ¿cuántos había?



c) El trabajo que deseaba hacer la maestra requería de 492 corchos. ¿Qué día esperaba tener dicha cantidad?

d) ¿Cuántos corchos llevaban los alumnos por día?

EJERCICIO 7

Tim Mac Pherson. Primer reporte anual Lear y Still, C.A. 36, August 93.

Revista de Sudáfrica "Panorama". Año 7, Nº 35, 1977

En una ciudad industrial se ha observado que el índice de contaminación aumenta linealmente de las 7.00 a.m. a las 5.00 p.m.

A las 9.00 a.m., el índice es 370; a las 2.00 p.m., el índice es 520.

Indicá el índice para las horas siguientes:

a)	7.00 a.m.	d)	3.00 p.m.
b)	11.00 a.m.	e)	4.30 p.m.
c)	12.00 p.m.	f)	10.30 a.m.

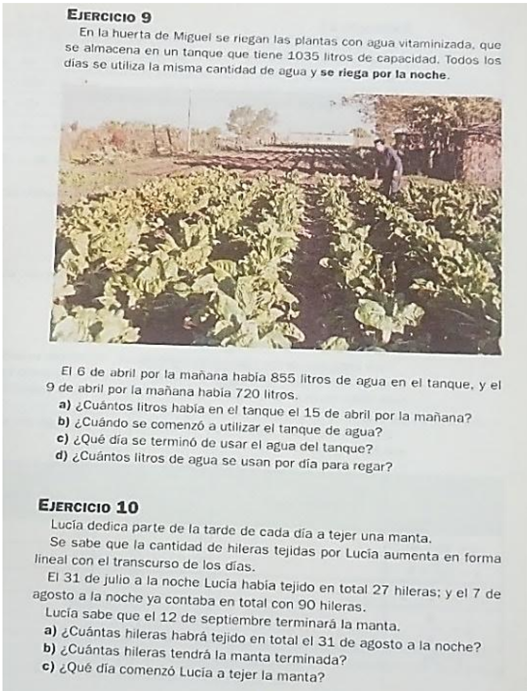
EJERCICIO 8

Un deportista se entrena cruzando a nado el Canal de la Mancha. Lo hace con la mayor regularidad posible a 3 km/h.

A las 9 de la mañana ya había nadado 15 km y a las 14 llegó a la costa opuesta.

a) ¿Cuántos kilómetros nadó el deportista para cruzar el canal?

b) ¿Cuántos kilómetros había nadado a las 6 de la mañana?



EJERCICIO 9

En la huerta de Miguel se riegan las plantas con agua vitaminizada, que se almacena en un tanque que tiene 1035 litros de capacidad. Todos los días se utiliza la misma cantidad de agua y **se riega por la noche**.

El 6 de abril por la mañana había 855 litros de agua en el tanque, y el 9 de abril por la mañana había 720 litros.

a) ¿Cuántos litros había en el tanque el 15 de abril por la mañana?

b) ¿Cuándo se comenzó a utilizar el tanque de agua?

c) ¿Qué día se terminó de usar el agua del tanque?

d) ¿Cuántos litros de agua se usan por día para regar?

EJERCICIO 10

Lucía dedica parte de la tarde de cada día a tejer una manta.

Se sabe que la cantidad de hileras tejidas por Lucía aumenta en forma lineal con el transcurso de los días.

El 31 de julio a la noche Lucía había tejido en total 27 hileras; y el 7 de agosto a la noche ya contaba con 90 hileras.

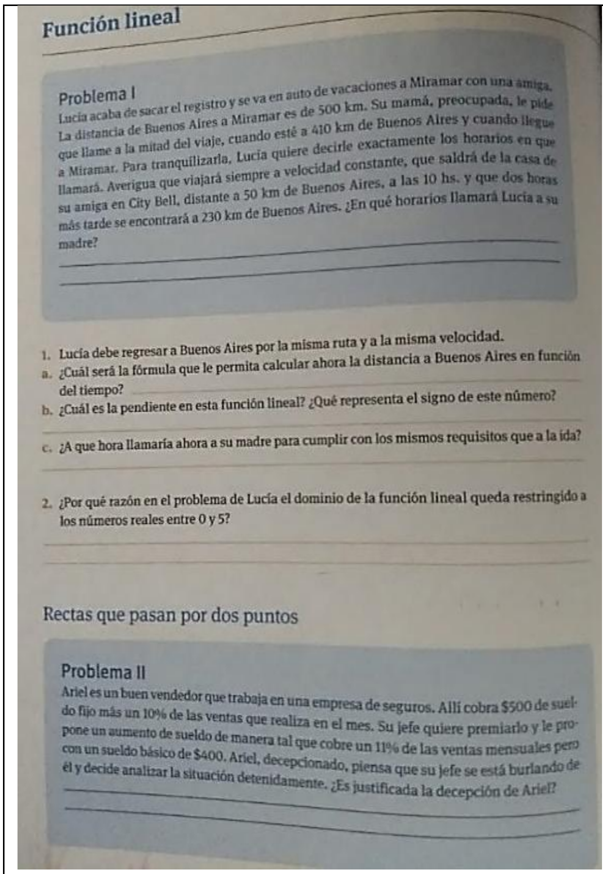
Lucía sabe que el 12 de septiembre terminará la manta.

a) ¿Cuántas hileras habrá tejido en total el 31 de agosto a la noche?

b) ¿Cuántas hileras tendrá la manta terminada?

c) ¿Qué día comenzó Lucía a tejer la manta?

Las siguientes imágenes de actividades sobre Función Lineal son del libro "Matemática. De la práctica a la formalización" Editorial Longseller (2015). Este conjunto de actividades intenta problematizar algunas actividades mientras que en otras sólo se quiere que los alumnos trabajen algebraicamente. Analiza siempre la ecuación explícita de la función lineal. En las tres primeras actividades se requiere que los alumnos analicen situaciones problemáticas, las cuáles se resuelven usando función lineal; y, en las siguientes se desea que trabajen algebraicamente sin un contexto en particular. En la actividad 4 se solicita a los alumnos que analicen la fórmula en su expresión explícita. Para resolver la actividad 5 deben tener en cuenta la definición de función. En la actividad 7 se solicita que analicen las fórmulas para hallar los parámetros (pendiente y ordenada al origen). Y en la última se busca que trabajen analizando funciones lineales a partir de sus fórmulas y gráficas. Como se puede apreciar, las actividades planteadas son variadas y hace que los alumnos pongan en juego todos los conocimientos adquiridos sobre Función Lineal.



Función lineal

Problema I

Lucía acaba de sacar el registro y se va en auto de vacaciones a Miramar con una amiga. La distancia de Buenos Aires a Miramar es de 500 km. Su mamá, preocupada, le pide que llame a la mitad del viaje, cuando esté a 410 km de Buenos Aires y cuando llegue a Miramar. Para tranquilizarla, Lucía quiere decirle exactamente los horarios en que llamará. Averigua que viajará siempre a velocidad constante, que saldrá de la casa de su amiga en City Bell, distante a 50 km de Buenos Aires, a las 10 hs. y que dos horas más tarde se encontrará a 230 km de Buenos Aires. ¿En qué horarios llamará Lucía a su madre?

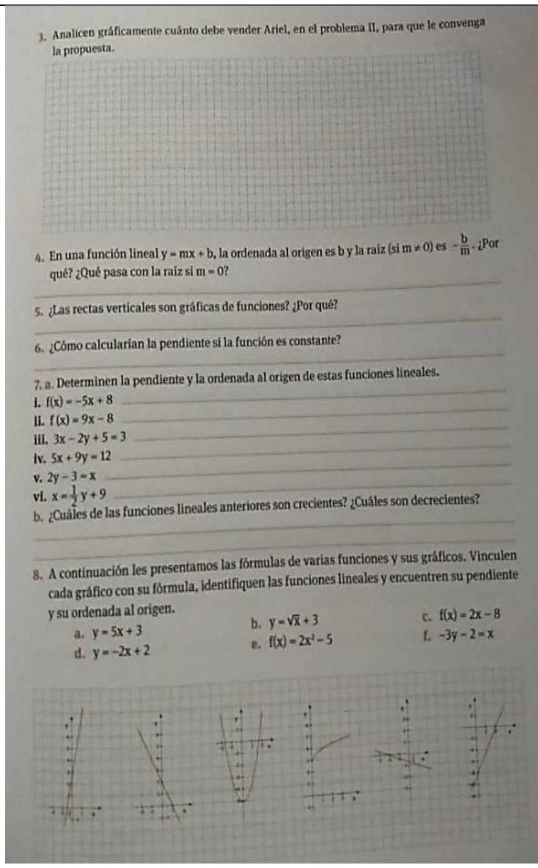
1. Lucía debe regresar a Buenos Aires por la misma ruta y a la misma velocidad.
a. ¿Cuál será la fórmula que le permita calcular ahora la distancia a Buenos Aires en función del tiempo?
b. ¿Cuál es la pendiente en esta función lineal? ¿Qué representa el signo de este número?
c. ¿A que hora llamaría ahora a su madre para cumplir con los mismos requisitos que a la ida?

2. ¿Por qué razón en el problema de Lucía el dominio de la función lineal queda restringido a los números reales entre 0 y 5?

Rectas que pasan por dos puntos

Problema II

Ariel es un buen vendedor que trabaja en una empresa de seguros. Allí cobra $500 de sueldo fijo más un 10% de las ventas que realiza en el mes. Su jefe quiere premiarlo y le propone un aumento de sueldo de manera tal que cobre un 11% de las ventas mensuales pero con un sueldo básico de $400. Ariel, decepcionado, piensa que su jefe se está burlando de él y decide analizar la situación detenidamente. ¿Es justificada la decepción de Ariel?



3. Analicen gráficamente cuánto debe vender Ariel, en el problema II, para que le convenga la propuesta.

4. En una función lineal $y = mx + b$, la ordenada al origen es b y la raíz (si $m \neq 0$) es $-\frac{b}{m}$. ¿Por qué? ¿Qué pasa con la raíz si $m = 0$?

5. ¿Las rectas verticales son gráficas de funciones? ¿Por qué?

6. ¿Cómo calcularían la pendiente si la función es constante?

7. a. Determinen la pendiente y la ordenada al origen de estas funciones lineales.
i. $f(x) = -5x + 8$
ii. $f(x) = 9x - 8$
iii. $3x - 2y + 5 = 3$
iv. $5x + 9y = 12$
v. $2y - 3 = x$
vi. $x = \frac{1}{2}y + 9$
b. ¿Cuáles de las funciones lineales anteriores son crecientes? ¿Cuáles son decrecientes?

8. A continuación les presentamos las fórmulas de varias funciones y sus gráficos. Vinculen cada gráfico con su fórmula, identifiquen las funciones lineales y encuentren su pendiente y su ordenada al origen.
a. $y = 5x + 3$
b. $y = \sqrt{x} + 3$
c. $f(x) = 2x - 8$
d. $y = -2x + 2$
e. $f(x) = 2x^2 - 5$
f. $-3y - 2 = x$

Reflexiones Finales

Como conclusión considero importante señalar que los contenidos no deben ser transmitidos de manera automática de docentes a alumnos. Es fundamental que tengan sentido para el aprendizaje ellos. Para la enseñanza del tema de Función Lineal es importante plantear la idea de variación uniforme. Esta variación es la idea central de este tipo de funciones y no se ve expuesta en la mayoría de los libros de texto. En esta fundamentación se analizaron actividades de diferentes materiales didácticos, en las cuales se trabaja con situaciones problemáticas de la vida real y, en otros casos, sólo se pretende que los alumnos trabajen algebraicamente; pero en ningún momento se ve reflejada la variación uniforme que es la base de toda función lineal. Las funciones lineales están compuestas por variables (*x* e *y*) y parámetros (pendiente y ordenada al origen). Es importante que las actividades propuestas ayuden a identificar cada una/o de ellas/os y el papel que cumplen tanto gráfica como algebraicamente.

En mi opinión y a modo de cierre, me gustaría señalar que es nuestro desafío como docentes seguir investigando, aprendiendo y buscando las mejores estrategias para mejorar las prácticas y así poder darles la mejor calidad educativa a nuestros alumnos. Está en nosotros revalorizar nuestro trabajo, demostrando el valor de la educación para el futuro de nuestros estudiantes y el progreso de un país.

Bibliografía

Kurzrok, L.E. (2015). *Matemática de la práctica a la formalización I*. Buenos Aires, Argentina. Longseller.

Itzcovich, H. (2011). *Matemática 9.* Buenos Aires, Argentina. Estrada.

Jesi, V.M. (2016). *Función Lineal.*

Recuperado de http://www.massobrefuncionlineal.blogspot.com

Gastaminza, M.L. (1970). *Nociones de Álgebra*. Buenos Aires, Argentina. Cooperadora de la Universidad Nacional del Sur.

Leithold, L. (1998). *El Cálculo (7ma. Edición)*. Tlalnepantla, México. Grupo mexicano Mapassa.

Stewart, J. (2012). *Introducción al Cálculo*. Puebla, México. Cengage Learrning.

Roldán Cruz, E.O (2013). *El aprendizaje de la función lineal, propuesta didáctica para estudiantes de 8° y 9° grados de la educación básica.* Trabajo final presentado como requisito parcial para optar título de: Magister de Enseñanza de las Ciencias exactas y Naturales. Recuperado de http://bdigital.unal.edu.co/12943/1/1186875.2013.pdf

Peralta García, J.X. (2003). *Dificultades para articular los registros gráficos, algebraico y tabular: el caso de la función lineal.*

Recuperado de http://semana.mat.uson.mx/MemoriasXVII/XII/Peralta%20Garcia.pdf

Posada Balvin y Villa. (2006). *Propuesta didáctica de aproximación al concepto de Función Lineal desde una perspectiva variacional* . Tesis de Maestría en docencia de las Matemáticas.
Recuperado de
http://tesis.udea.edu.co/bitstream/10495/7093/1/FabianPosada_2006_didacticafuncionlineal.pdf

Pisano, J.P. (2011). *Logikamente*. Buenos Aires, Argentina. Ediciones Logikamente.

Bisbal, Catoggio, Masotta, Szini (1996). *Matemática.* Buenos Aires, Argentina. Estrada.

Piñeiro, G.E. (2011). *Matemática III*. Buenos Aires, Argentina. Santillana.

Chemello, G. (2015). *Matemática III.* Buenos Aires, Argentina. Longseller.


Tabla 2

Propuesta de aula

La Función Lineal

Análisis de crecimientos/decrecimientos uniformes. Construcción y análisis de tablas de valores. Identificación de variables dependientes e independientes. Representación gráfica. Trabajo algebraico. Fórmula: implícita y explícita. Pendiente y ordenada al origen. Caracterización de la linealidad. Contextos: situaciones de la vida cotidiana e intramatemáticos: geométricos y numéricos. Rectas paralelas y perpendiculares.

Objetivos generales

. Modelizar situaciones extra e intramatemáticas mediante funciones lineales.

. Reconocer la variación uniforme característica de este tipo de funciones.

. Identificar las funciones lineales por su expresión algebraica.

. Identificar las características de las funciones lineales.

. Graficar funciones lineales utilizando tablas e interpretando pendiente y ordenada al origen.

. Reconocer funciones lineales en sus formas explícitas e implícitas.

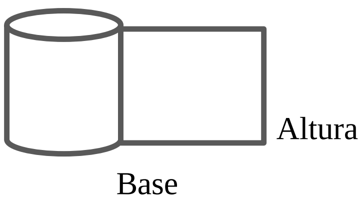
Relación actividades-contenidos-tiempos

Actividad	Contenido	Tiempo
El rollo que se desenrolla	Variación uniforme en situaciones de crecimiento. Noción de variables: dependientes e independientes.	Un módulo (80 minutos)
Videojuegos	Variación uniforme en situaciones de decrecimiento. Variables. Noción de Función lineal.	Un módulo (80 minutos)
Llenándola	Diferenciación entre variables y parámetros. Pendiente y ordenada al origen. Qué papel cumple cada una en la gráfica.	Un módulo (80 minutos)
Vaciándola	Pendiente: análisis de fórmulas y gráficos según su signo. Función lineal creciente y decreciente.	Un módulo (80 minutos)

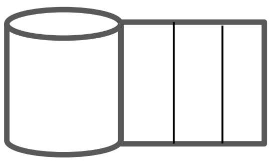
	Ordenada al origen: análisis de fórmulas y gráficos. Ecuación explícita e implícita de la recta.	
Dominó Lineal (Juego)	Función Lineal: Variación Uniforme, fórmula, pendiente, ordenada al origen, función creciente, función decreciente, gráfica, tabla de valores.	Un módulo (80 minutos)
Actividad entregable: “Juego” Puntos en el plano	Función Lineal: Variación Uniforme, fórmula, pendiente, ordenada al origen, función creciente, función decreciente, gráfica, tabla de valores. Gráfica sin tabla de valores.	Un módulo (80 minutos)
Tabla de valores	Función Lineal: Variación Uniforme, Ecuación explícita e implícita de la recta, pendiente, ordenada al origen, función creciente y decreciente, gráfica con y sin tabla de valores.	Un módulo (80 minutos)

Actividad: El rollo que se desenrolla

Se les pedirá a los alumnos que trabajen de a 2. Se les dará un rollo de papel con el que harán algunas mediciones.



A medida que vayan desenrollando el papel se les pedirá que marquen distintos rectángulos y que midan el contorno cada uno de ellos para que puedan ir completando la tabla y resuelvan las actividades que se les dará a continuación.



Se les presentarán las siguientes consignas:

a) Completen el siguiente cuadro:

Medidas de la base						
Medidas de la altura						
Perímetro en cm de cada rectángulo						

b) Ahora completa los cuadros que aparecen a continuación sin necesidad de medir, solo teniendo en cuenta los datos brindados:

Tabla 1

Medidas de la base						
Medidas de la altura	17	17	17	17	17	17
Perímetro en cm de cada rectángulo	35	40	45	50	55	60

Tabla 2

Medidas de la base			8			
Medidas de la altura	65	65	65	65	65	65
Perímetro en cm de cada rectángulo	134	140				

- Si llamamos “p” al perímetro de los rectángulos, y considerando que “b” representa la longitud de la base, ¿cuál o cuáles de estas fórmulas sirven para expresar el perímetro en función de la base si se sabe que la altura es igual a 10cm?
- $p = 20b + 2$
- $p - 20 = 2b$
- $p = b + 22$
- $p + 2b = 20$
- $p = 2b + 20$
- $p + 20 = 2b$
- $p = b + 24$
- $p - 2b = 20$

c) Se sabe que el perímetro mide 80 cm, ¿cuántos cm. habrá tenido que desenrollarse el papel? ¿Cómo lo hallarías?

Objetivo de cada apartado:

a) Se pide que completen el cuadro para que puedan observar con más claridad las diferencias y/o las similitudes entre la base, la altura y el perímetro sin la necesidad de usar gráficos.
b) Estos dos cuadros que deben completar los alumnos sin la necesidad de medir están dados para que encuentren una regularidad, la variación uniforme que es lo que se quiere trabajar en esta clase. Están puestos de manera que vaya aumentando la complejidad, en el primero sólo se pide la medida de la base y con valores más pequeños. En el segundo los valores son más grandes deben analizar un poco más los datos ya que faltan más datos que en el anterior. Además, se quiere que comiencen a tener noción de las variables y qué tipos existen (dependientes e independientes). Y se quiere que empiecen a tener noción de variación uniforme.
c) Se pretende que los alumnos comiencen a trabajar con la fórmula de una función lineal. En este apartado pueden observar que no hay una sola manera de expresarlas. Se busca que tengan la noción de expresiones equivalentes.
d) Este inciso está dado para que, dada una imagen, ellos deban averiguar la preimagen, lo cual sería al revés de las actividades trabajadas anteriormente.

Posibles resoluciones de los alumnos

Apartado a):

- Podrían ubicar al revés los datos de la base y de la altura (según como miren la figura). Es decir (tomando cualquier medición de la base/altura):

Medidas de la base	10	10	10	10	10	10
Medidas de la altura	2	3	4.5	2.5	5	6.5
Perímetro en cm	24	26	29	25	30	33

- A la hora de completar la tabla en la parte del perímetro podrían multiplicar la base por la altura (con lo cual estarían hallando el área) en vez de sumar sus lados que es lo que estamos buscando. Tomando los datos anteriores como ejemplo quedaría así:

Medidas de la base	2	3	4.5	2.5	5	6.5

Medidas de la altura	10	10	10	10	10	10
Perímetro en cm	20	30	45	25	50	65

- También podrían resolverlo bien, pero tener errores algebraicos, o podrían confundirse a la hora de sacar las cuentas. Por ejemplo:

Medidas de la base	2	3	4.5	2.5	5	6.5
Medidas de la altura	10	10	10	10	10	10
Perímetro en cm	12	13	14.5	12.5	15	16.5

- Y muchos podrían resolverla de manera correcta. Difiriendo en los valores que tome cada uno para la base, un ejemplo sería así:

Medidas de la base	2	3	4.5	2.5	5	6.5
Medidas de la altura	10	10	10	10	10	10
Perímetro en cm	24	26	29	25	30	33

Apartado b)

- En la primera tabla podrían restar directamente el perímetro con el valor de la altura:

Medidas de la base	18	23	28	33	38	43
Medidas de la altura	17	17	17	17	17	17
Perímetro en cm de cada rectángulo	35	40	45	50	55	60

Y si siguen esta lógica en el segundo cuadro en la parte que se les da el dato de la base sumarían, pero no llegarían a terminar la tabla completa porque les faltarían datos:

Medidas de la base	69	75	8			
Medidas de la altura	65	65	65	65	65	65
Perímetro en cm de cada rectángulo	134	140	73			

- Si completan bien las tablas les quedaría:

Medidas de la base	0.5	3	5.5	8	10.5	13
Medidas de la altura	17	17	17	17	17	17
Perímetro en cm de cada rectángulo	35	40	45	50	55	60

Medidas de la base	2	5	8	11	14	17
Medidas de la altura	65	65	65	65	65	65
Perímetro en cm de cada rectángulo	134	140	146	152	158	164

Apartado c)

- Podrían intentar responder sólo una de las opciones que se les brinda y no darse cuenta que hay fórmulas equivalentes.
- Si toman el valor de la altura (que en este caso es 10) y como valor inicial de la base 1, pueden sumar estos valores y responder la opción 2 ($p = b + 22$).
- Un caso parecido podría ocurrir si toman al 2 como valor inicial de la base, y en este caso al sumar podrían responder la opción 4 ($p = b + 24$).
- Puede pasar que se equivoquen a la hora de ver qué valor queda "fijo" (la ordenada) y responder la opción 1 ($p = 20b + 2$).

- Podría ser que algún alumno dijera que la opción correcta no se encuentra entre las opciones dadas.
- Si lo toman y razonan bien responderían las siguientes opciones:

$p = 2b + 20$

$p - 20 = 2b$

$p - 2b = 20$

Apartado d)

- Puede ocurrir que reemplacen así: $p = 2 * 80 + 20$. Es decir, en vez de reemplazar el valor que se les da en el perímetro lo hagan en la base.
- Puede pasar que reemplacen bien, es decir: $80 = 2 * b + 20$ pero cometan errores algebraicos a la hora de resolver como, por ejemplo: $80 + 20 = 2 * b$. Con lo cual llegarían a: $b = 50$.
- Y podrían resolverlo de la manera esperada:

$$p = 2 * b + 20$$
$$80 = 2 * b + 20$$
$$60 = 2 * b$$
$$30 = b$$

Anexo

A continuación, se presentarán imágenes y comentarios de situaciones que ocurrieron en la clase que se desarrolló esta actividad.

- La actividad constaba de cuatro apartados (a, b, c, d), las consignas fueron entregadas en fotocopias a los alumnos, pero en tres momentos diferentes. Primero se comenzó la clase entregando el rollo de papel junto con el apartado a) y se explicó la manera en que debían tomar las medidas para completar el cuadro. Cada alumno tenía su propia fotocopia, pero el rollo de papel era para trabajar en grupos de a dos.

Actividad: "El rollo que se desenrolla"

a) Completen el siguiente cuadro:

Medidas de la base						
Medidas de la altura						
Perímetro en cm de cada rectángulo						

- Al terminar de completar el cuadro se les entregó el apartado b) donde debían completar dos tablas:

b) Ahora completa los cuadros que aparecen a continuación sin necesidad de medir, solo teniendo en cuenta los datos brindados:

Tabla 1

Medidas de la base						
Medidas de la altura	17	17	17	17	17	17
Perímetro en cm de cada rectángulo	35	40	45	50	55	60

Tabla 2

Medidas de la base			8			
Medidas de la altura	65	65	65	65	65	65
Perímetro en cm de cada rectángulo	134	140				

- Y, por último, debían realizar los siguientes apartados:

c) Si llamamos "p" al perímetro de los rectángulos, y considerando que "b" representa la longitud de la base, ¿cuál o cuáles de estas fórmulas sirven para expresar el perímetro en función de la base si se sabe que la altura es igual a 10cm?

- $p = 20b + 2$
- $p - 20 = 2b$
- $p = b + 22$
- $p + 2b = 20$
- $p = 2b + 20$
- $p + 20 = 2b$
- $p = b + 24$
- $p - 2b = 20$

d) Se sabe que el perímetro mide 80 cm, ¿Cuántos cm. habrá tenido que desenrollarse el papel? ¿Cómo la hallarías?

- Las siguientes son algunas de las fotos tomadas en dicha clase donde se puede observar lo que se fue escribiendo en el pizarrón sobre las actividades y la manera en que trabajó una de las alumnas tomando las medidas necesarias para la resolución de la situación planteada:

Institucionalización

La institucionalización se hace en diferentes momentos de la clase.

La primera luego del apartado b). A la base y al perímetro les vamos a dar el nombre de "*variables*". La variable perímetro la vamos a llamar "*variable dependiente*" y a la base la llamaremos "*variable independiente*". Esto es así porque, como podemos observar en las tablas, el perímetro aumenta o disminuye siempre que aumenta o disminuye la base, es decir que el perímetro depende de la base. La característica que tiene esta "variación" es que siempre es constante, por lo cual recibe el nombre de "*variación uniforme*".

La segunda institucionalización se va a llevar a cabo luego del tercer apartado. Se van a ver las tres expresiones encontradas, ¿por qué decimos qué las tres "están bien"? Y luego de analizar las tres realizando el pasaje de términos se llegará la conclusión que son "*fórmulas equivalentes*".

Actividad: Videojuegos

En una casa de juegos electrónicos, para poder utilizarlos, hay que tener una tarjeta magnética y "cargarla" con dinero. La tarjeta no tiene costo. Lucas "cargó" su tarjeta con $200 sabiendo que el costo de jugar un turno en cada juego es de $15.

a) ¿Cuánto dinero le quedó en su tarjeta después de haber jugado 3 veces?
b) ¿Cuánto dinero le quedó "cargado" en su tarjeta después de haber jugado 5 veces? ¿Y si jugó 8? ¿Y si jugara 15 veces?
c) Completa la siguiente tabla:

Cantidad de veces que jugó	Dinero en la tarjeta
7	
9	
12	
16	

d) Tomando los valores numéricos de esa tabla como pares ordenados, anótalos en un sistema de ejes cartesianos. Si se unen esos puntos marcados ¿Qué figura se forma?

e) Escribe una fórmula que permita controlar la relación entre la cantidad de veces que jugó y el dinero que va quedando en la tarjeta.

f) Si ahora la tarjeta ya no es gratis, sino que su costo es de $50, y ya sabemos que Lucas le cargó $200 ¿En qué cambia la fórmula anterior? Registra los puntos de esta situación en la misma gráfica cartesiana que en la anterior. ¿Cómo quedan los puntos esta vez?

Objetivo de cada apartado

a) La idea es que los alumnos relacionen el precio de cada juego con el dinero que le va quedando en la tarjeta, luego saquen lo gastado en 3 juegos $(3x15)$ y ahí resten el total cargado (200) con este valor que les dio.

b) Si bien se pide algo parecido al apartado anterior, en este caso aumenta la dificultad ya que se piden con diferentes cantidades de juegos jugados y valores más altos y habilita el debate para el decrecimiento uniforme.

c) La tabla está puesta para que sigan hallando el dinero que va quedando en la tarjeta con diferente cantidad de veces que jugó, pero al estar ubicados en una tabla hace q se vea de manera más clara y así sea más fácil ver qué graficar en el siguiente punto.

d) Se pide la gráfica para que observen la forma que tienen este tipo de funciones que se tiene que concluir que son lineales.

e) Como en la clase pasada ya analizaron ciertas fórmulas, en este caso la idea es que aparezca cualquiera de esas formas, obviamente adaptado a los datos que tenemos en esta situación problemática.

f) En este caso se pone este apartado para que se vea en qué me afecta cuando cambio la ordenada al origen. Y, al graficarla en el mismo sistema de ejes cartesianos que el anterior ya van a empezar a ver un ejemplo de dos rectas paralelas.

Posibles resoluciones de los alumnos:

Apartado a)

- Podrían hacer: $15 * 3 = 45$ y poner esa respuesta. Por lo que estarían respondiendo lo que gastó y no lo que le queda en la tarjeta.
- La respuesta correcta sería: $15 * 3 = 45$. Entonces $\$200 - \$45 = \$155$. Luego de haber jugado tres veces le quedan $155 en la tarjeta.

Apartado b)

- Podrían tener la misma confusión que en apartado anterior. Es decir que podrían hacer:

$15 * 5 = 75$

$15 * 8 = 120$

$15 * 15 = 225$

Sin tener en cuenta que tienen que restare esos valores a los $200 que Lucas cargó en la tarjeta antes de comenzar a jugar.

- En caso resolverlo bien podría ocurrir que no se den cuenta que con los $200 Lucas no puede jugar 15 veces, ya que: $15 * 15 = 225$ y esto supera el dinero que tenía cargado en la tarjeta.
- La respuesta correcta sería:

$15 * 5 = 75$. Como cargó $\$200$ en la tarjeta: $\$200 - \$75 = \$125$.

$15 * 8 = 120$. Como cargó $\$200$ en la tarjeta: $\$200 - \$120 = \$80$.

$15 * 15 = 225$. Como cargó $\$200$ en la tarjeta: $\$200 - \$225 = -\$25$.

Entonces: Si juega 3 veces le van a quedar $125, si juega 8 veces le van a quedar $80, pero con los $200 que cargó no le alcanza para jugar 15 veces.

Apartado c)

- Podrían completar la tabla de la siguiente manera:

Juegos jugados	Dinero cargado en la tarjeta
7	105
9	135
12	180
16	240

Es decir, la estarían completando con el dinero gastado según la cantidad de juegos y no con el dinero que les va quedando en la tarjeta que es lo que se les pide.

- En caso que resuelvan bien sería:

Juegos jugados	Dinero cargado en la tarjeta
7	95
9	65
12	20
16	-40 (no puede jugar 16 juegos)

- Está el caso del último valor de la tabla (el 16) que podrían tener problemas:

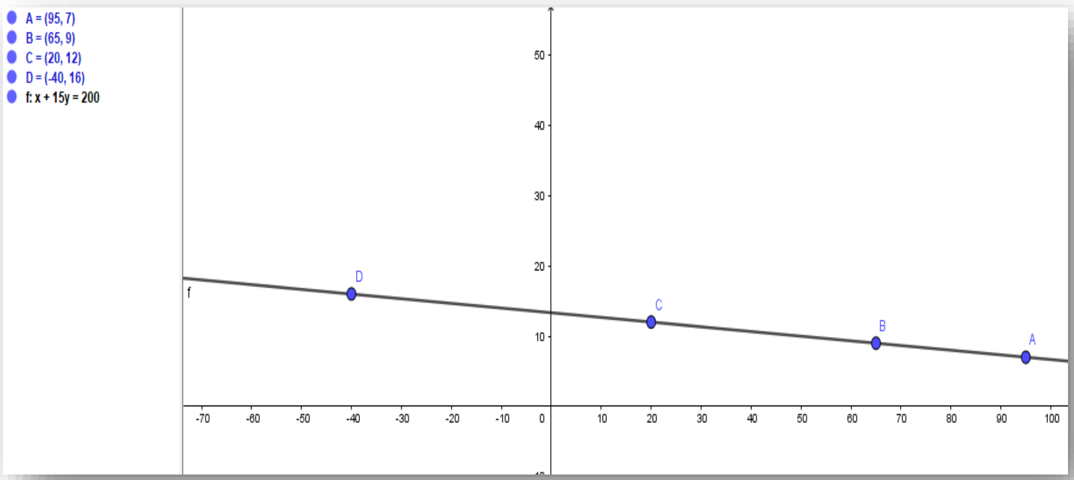
  -Si no toman en cuenta el contexto del problema pondrían -40 y listo.

  -Si tienen en cuenta el contexto podrían poner que no se puede directamente o responder como aparece en la tabla anterior, el resultado que da y agregar que Lucas no puede jugar esa cantidad de juegos.

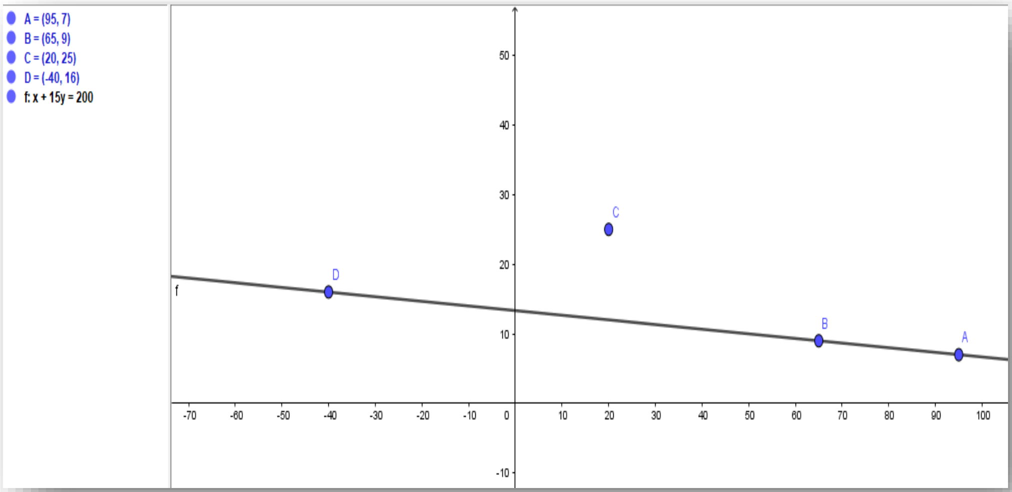
  -O directamente pueden no saber que significa ese -40 que les aparece ahí.

Apartado d)

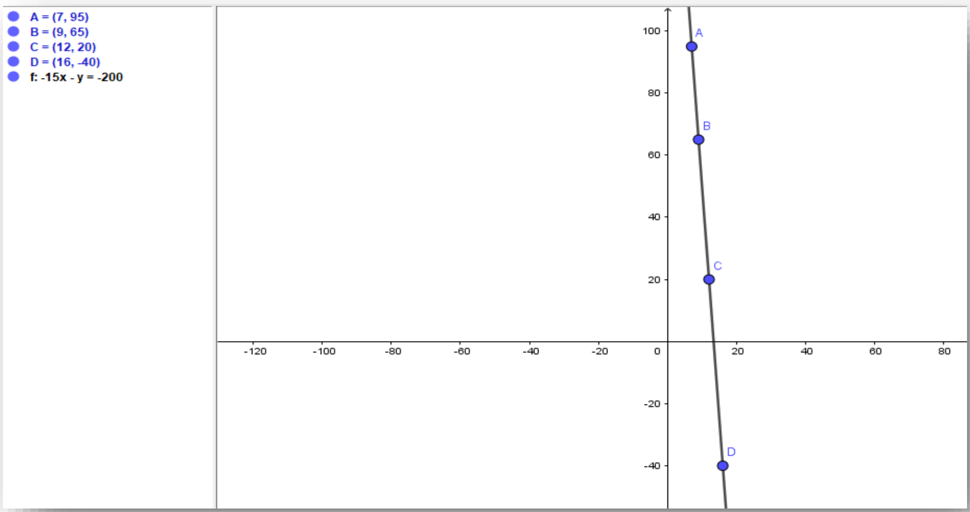
- Podrían ubicar mal los puntos en los ejes, es decir los valores de "x" en "y" y viceversa. Es decir:



- En caso de ubicarlos bien en sus ejes podrían tener errores a la hora de ubicarlos y no les quede algo uniforme. Por ejemplo:



- Y en caso de resolverlo bien les debería quedar lo siguiente:



Apartado e)

- En la clase anterior ya vieron diferentes tipos de fórmulas por lo que podrían aparecer parecidas a esa, obviamente con los valores de esta situación problemática y con las diferentes letras o palabras que pudiesen usar:
    - ✓ $d = 15j + 200$. Con los cual no les daría el resultado buscado si quisieran reemplazar y en caso de graficar les quedaría al revés la recta.
    - ✓ $d = -15j$. En este caso no estarían teniendo en cuenta el dinero cargado.
    - ✓ $d + 200 = -15j$. En este caso presentarían un error de signo.

✓ $d = 15j - 200$. En este caso tendrían problemas con los signos tanto en la pendiente como en la ordenada al origen.

✓ $d = -15j + 200$.

✓ $15j + d = 200$.

✓ $d - 200 = -15j$

Cualquiera de estas tres últimas opciones sería correcta ya que son diferentes maneras de expresar la función lineal.

Apartado f)

- Podrían realizar bien los cálculos:

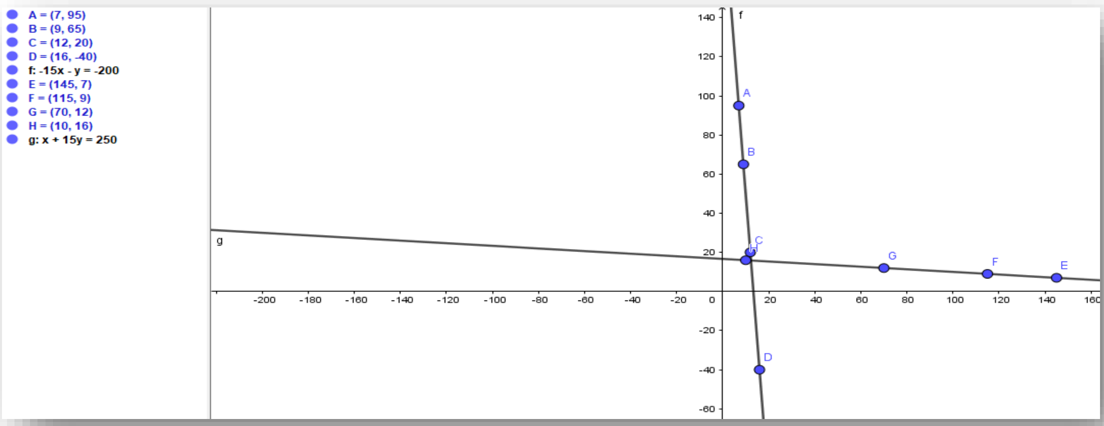
  $7 * 15 = 105$. Entonces $250 - 105 = 145$

  $9 * 15 = 135$. Entonces $250 - 135 = 115$

  $12 * 15 = 180$. Entonces $250 - 105 = 70$

  $16 * 15 = 240$. Entonces $250 - 105 = 10$

Pero a la hora de graficar podrían tomar al revés los puntos, es decir los valores de "x" ponerlos en "y" y viceversa. Al acomodar los puntos observarían que no les queda una recta paralela a la anterior:



- La manera correcta de resolverlo sería:

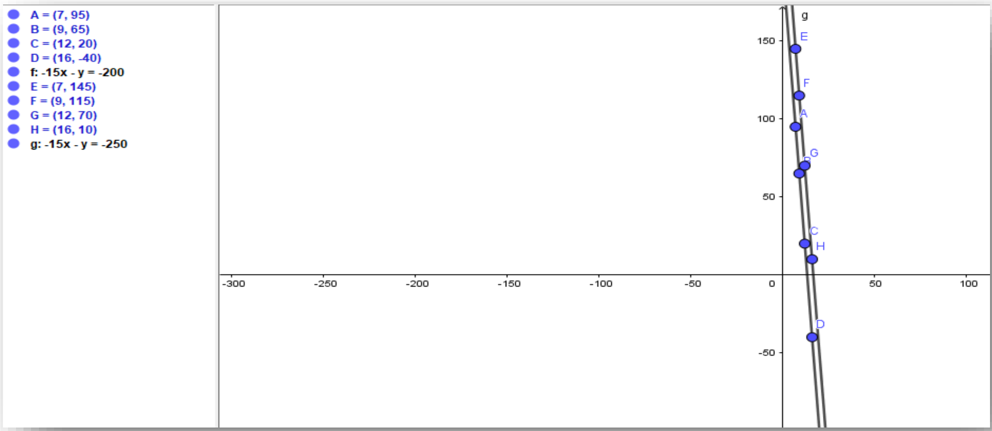
  $7 * 15 = 105$. Entonces $250 - 105 = 145$

  $9 * 15 = 135$. Entonces $250 - 135 = 115$

  $12 * 15 = 180$. Entonces $250 - 105 = 70$

  $16 * 15 = 240$. Entonces $250 - 105 = 10$

  Gráficamente quedaría:



Institucionalización

La institucionalización se va a dar en diferentes momentos de la clase.

Luego del apartado d) se va a analizar qué figura se forma y se la va a comparar con la de la clase pasada (como se dijo en las intervenciones docentes). Estamos trabajando con el mismo tipo de función que la clase anterior, por lo que es una situación de variación uniforme. Luego de analizar las diferencias y semejanzas entre los gráficos se va a decir: A este tipo de funciones que tienen variación uniforme y gráficamente se representan con una línea recta las llamaremos "Funciones Lineales".

Al finalizar el apartado f) se analizará oralmente qué cambió con respecto a la gráfica anterior; es decir, que cambia con ese dato que se agrega y se va a decir que en la próxima clase veremos qué nombre se les da a esos valores que hacen que, gráficamente, las rectas cambien de posición o dirección.

Actividad: Llenando la pileta

Una pileta de natación que tiene capacidad de 20.000 litros se llena con una bomba que trabaja a un ritmo de 600 litros por hora. La bomba se enciende cuando la pileta tiene 2.000 litros de agua.

a) ¿Cuántos litros de agua habrá en la pileta a las 3 horas de encender la bomba? ¿Y a las 7 horas?

b) ¿Es cierto que a las 10 horas habrá 6.000 litros de agua en la pileta? ¿En cuántas horas la pileta estará llena hasta la mitad de agua?

c) Elabora una fórmula que te permita calcular la cantidad de litros de agua que habrá en la pileta en "x" horas después de haberse encendido la bomba.
d) ¿Cuánto tiempo tardará en llenarse la pileta?
e) Grafica la situación planteada.

Objetivo de cada apartado

a) El objetivo de este apartado es que los alumnos sepan relacionar la cantidad de agua que llena por hora la bomba, con lo que ya tiene la pileta, es decir que relacionen la pendiente con la ordenada al origen sin saber todavía qué variable es cada una.
b) En este caso se plantea al revés, es decir que deben hallar el tiempo de llenado y no los litros, con lo cual se pone en juego la interpretación del enunciado, deben estar atentos a los datos que se les brinda y lo que se les pide hallar.
c) Este apartado está para que generalicen la situación. Ya tratamos con diferentes formas en las que pueden estar expresadas las funciones lineales por lo que se quiere que puedan "armar" cualquiera de ellas, pudiendo identificar y diferenciar las variables dependientes e independientes.
d) Está dado para que razonen lo que debo hallar. Si lo piensan es parecido al apartado b) aunque en este caso deben hallar el tiempo, o sea que van a tener que despejar y ellos ya saben resolver ecuaciones de primer grado.
e) Sirve para afianzar la idea del gráfico. Y me parece muy conveniente insistir en este punto ya que algunos alumnos están graficando por primera vez con estas actividades.

Posibles resoluciones de los alumnos

Apartado a)

- Podrían resolver confundiendo los datos, es decir:

$$600 + 2000 * 3 = 6600$$
$$600 + 2000 * 7 = 14600$$
$$600 + 2000 * 43 = 86600$$

- También podrían resolverlo de manera correcta:

$$2000 + 600 * 3 = 3800$$
$$2000 + 600 * 7 = 6200$$
$$2000 + 600 * 43 = 27800$$

Apartado b)

- Lo pueden razonar sin plantear fórmulas, es decir de la siguiente manera:

  Si en una hora, la bomba carga 600 litros, en 10 horas:

$$\frac{10hs * 600litros}{1h} = 6000\ litros$$

  Pero como la pileta ya tenía 2000 litros cargados, entonces en 10 horas va a tener 8000 litros.

  - Podrían plantear diferentes ecuaciones:

$$10 = 600 * 6000 + 2000$$
$$2000 = 600 * 10 + 600$$
$$600 * 10 = 6000.$$

    Con lo cual les estaría faltando sumar la ordenada al origen.

- Algunos podrían plantear bien la ecuación, pero tener dificultades a la hora de resolverlos (errores algebraicos).
- Si lo resuelven de manera esperada con la fórmula podría ser de alguna de las siguientes formas:

  $2000 + 600 * 10 = 8000$

  $600 * 10 + 2000 = 8000$

  Con lo cual se puede apreciar que en 10 horas no habrá 6000 litros en la pileta, sino que habrá 8000 litros.

Y también podrían usar la fórmula, pero reemplazando con los litros, esto sería:

$$6000 = 600x + 2000$$
$$6{,}66 \cong x$$

Con lo cual también se puede apreciar que no se cumple que en 10 horas la pileta tenga 6000 litros de agua. En este punto están sacando que esos litros de agua los va a tener pasando las 6 horas y media.

- **Apartado c)**
- Podrían no darse cuenta como generalizar.
- Podrían aparecer algunas fórmulas diferentes una de otra:

    $y = 600x + 2000$. Esta sería la correcta con las diferentes letras que pueden poner los alumnos.

    $x = 600y + 2000$. Con lo que estarían confundiendo los parámetros entre sí.

    $y = 2000x + 600$. En ese caso estarían confundiendo la pendiente con la ordenada al origen.

- Y si lo resuelven de manera correcta podrían plantearlo de alguna de las siguientes maneras:

$$cant. de\ litros = 600 * horas + 2000$$
$$cant. de\ litros - 2000 = 600 * horas$$

Apartado d)

- En este caso pueden intentar calcularlo probando a ver qué valor les da o directamente reemplazando en la fórmula. Es decir:

$$20000 = 600x + 2000$$

Con lo cual despejando llegarían a lo siguiente:

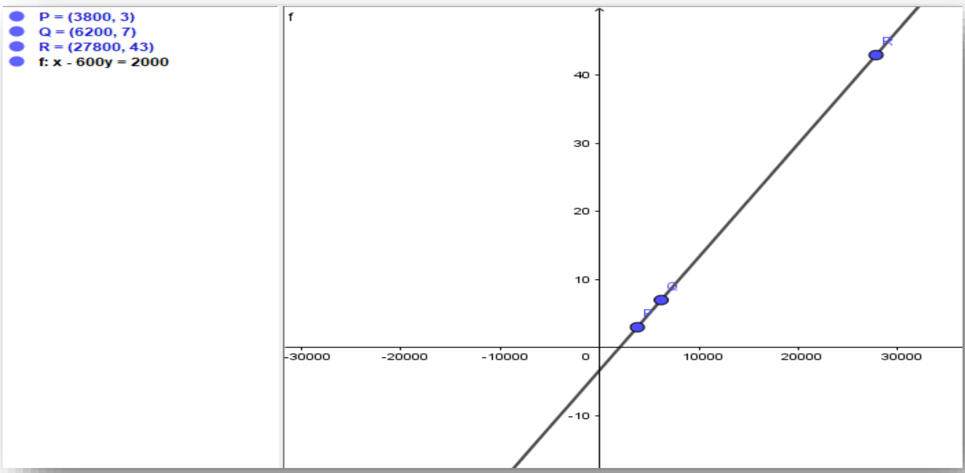
$$30 = x.$$

Es decir, que en 30 horas se llena por completo la pileta.

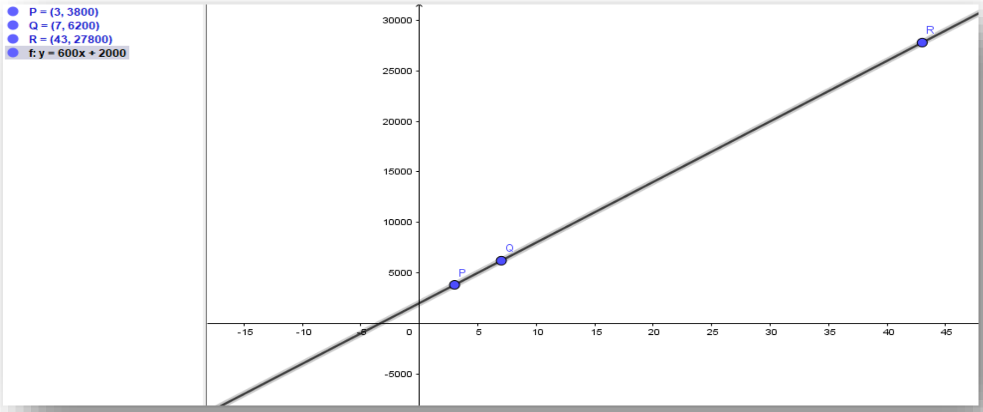
- También puede suceder que planteen la ecuación, pero tengan errores algebraicos a la hora de despejar.

Apartado e)

- Algunos podrían equivocar los puntos a graficar, mezclar los valores del eje *x* con los valores del eje *y*. Es decir, de la siguiente manera:



- Puede ocurrir que digan que no se puede graficar por la diferencia que hay entre los valores de *x* y de *y*.
- Otros podrían resolverlo de la manera esperada:



Institucionalización

La institucionalización se hará en diferentes momentos de la clase.

La primera se llevará a cabo luego del apartado c). Ya pudieron ver en actividades anteriores diferentes expresiones de la función lineal y, además, ya saben identificar y diferenciar las variables dependientes de las independientes. En este caso, luego que armen las fórmulas y se haga la puesta en común oralmente y en el pizarrón se van a identificar los "*parámetros*": que son letras que representan valores constantes en una expresión y van a ser distintos en diferentes funciones. El parámetro *"a"*, que en nuestro problema nos indica lo que carga la bomba por hora, es llamado "*pendiente*" y nos da la inclinación de la recta con respecto al eje *x*; y el parámetro *"b"*, que en nuestro caso nos indica la cantidad de litros de agua que tenía la pileta antes de encender la bomba, es la llamada *ordenada al origen* y nos indica el punto donde la recta corta al eje *y*.

Conclusiones finales: hoy diferenciamos las variables de los parámetros. Identificamos pendiente y ordenada al origen y vimos en qué se modifica una función lineal a medida que va cambiando su pendiente.

Actividad: Vaciando la pileta

En la clase pasada trabajamos sobre una situación donde había que llenar una pileta. En este caso, en vez de llenarla la queremos vaciar y para hacerlo, se usa una bomba que extrae agua con un ritmo constante. Juan registró que a las 3hs de encendida la bomba la pileta tenía 12000 litros y 6hs más tarde la pileta tenía 9000 litros.

a) ¿Qué tan llena estaba la pileta cuando se comenzó a desagotar con esta bomba?

b) ¿Se vacía en más o en menos tiempo del que se llena? Si la pileta estuviese llena, ¿En cuánto tiempo se vaciaría?
c) ¿Cómo cambiaría la fórmula con respecto a la actividad de la clase anterior si la pileta estuviese llena?
d) ¿Cuál es el gráfico que representa esta situación?

Objetivo de cada apartado

a) Este apartado está dado para que los alumnos trabajen algebraicamente e interpreten las variables y los parámetros que intervienen en esta situación problemática. No se dan los parámetros explícitamente ya que se quiere que interpreten cómo llegar a calcularlos analíticamente.
b) Es para poner en juego la comparación con la otra actividad y que pueden analizar los datos para saber si una se vacía más rápido o la otra se llena en menos tiempo, por lo que toma relevancia el papel que cumple la pendiente en este tipo de funciones.
c) El objetivo de este apartado es que los alumnos puedan observar qué ocurre cuando se le cambia el signo a la pendiente y cuando cambia el valor de la ordenada. Al ser la misma situación que la anterior se puede observar claramente las diferencias.
d) Es para afianzar la idea de la gráfica y que observen las diferencias con la actividad de la clase pasada, en qué cambia, gráficamente, el signo de la pendiente.

Posibles resoluciones de los alumnos

Apartado a)

- Podrían plantearlo intentando usar la fórmula de la clase pasada de la siguiente manera:

$$y = -500x + 20000$$
$$y = -500 * 3 + 20000$$
$$y = 18500$$

En este caso se estarían dando cuenta lo que se vacía por hora, pero estarían suponiendo que estaba llena la pileta antes de las tres horas y es lo que deberían buscar.

- Podría ocurrir que interpretaran mal los datos de la situación planteada. Es decir que podrían tomar que se plantea 6 horas más tarde, pero incluyendo las tres primeras horas también. Con lo cual les quedaría que se vacía a razón de 1000 litros de agua por hora.

- Podrían razonarlo de la siguiente manera:

  En 3 horas tenía 12000 litros y 6 horas después 9000 litros, por lo que se puede ver que en 6 horas se vaciaron 3000 litros, lo cual quiere decir que se vacían 500 litros por hora. Entonces 12000 - 1500 (lo que se vació en 3 horas) = 10500 litros. Cuando se comenzó a usar la bomba, la pileta tenía 10500 litros. Lo cual estaría incorrecto porque tendrían más agua luego de usarse la bomba. Estarían usando mal el signo.
- Podrían razonarlo de la manera esperada:

  En 3 horas tenía 12000 litros y 6 horas después 9000 litros, por lo que se puede ver que en 6 horas se vaciaron 3000 litros, lo cual quiere decir que se vacían 500 litros por hora. Entonces 12000 + 1500 (lo que se vació en 3 horas) = 13500 litros. Cuando se comenzó a usar la bomba, la pileta tenía 13500 litros.

Apartado b)

- $0 = -500x + 20000$. Despejando y resolviendo se llega a: $40 = x$. Lo que significa que se vacía en 40 horas. En la actividad anterior dijimos que tardaba 30 horas en llenarse, aunque hay que tener en cuenta que ya tenía 2000 litros antes de comenzar a llenarla, por lo que deberían hallar cuanto se tarda en llenar esa cantidad de litros. Así que si lo resuelven de esta manera podría pasar que respondieran que tarda más en llenarse que en vaciarse si no se dan cuenta el dato que al llenarse ya tenía agua la pileta. Pero si se dan cuenta de este detalle podrían resolverlo de manera correcta respondiendo que se llena más rápido de lo que se vacía.
- También pueden darse cuenta desde la pendiente que se llena más rápido de lo que se vacía sin necesidad de resolver nada, ya que la bomba que llena es más grande que la bomba que vacía la pileta.
- Podrían responderlo de manera correcta sin necesidad de plantear la fórmula. Es decir que podrían razonar que, si se vacía a razón de 500 litros por hora, lo cual significa que se vacían 1000 litros cada dos horas. Entonces se vaciaría toda la pileta, en caso que estuviese llena, en 40 horas.

Apartado c)

Primera parte

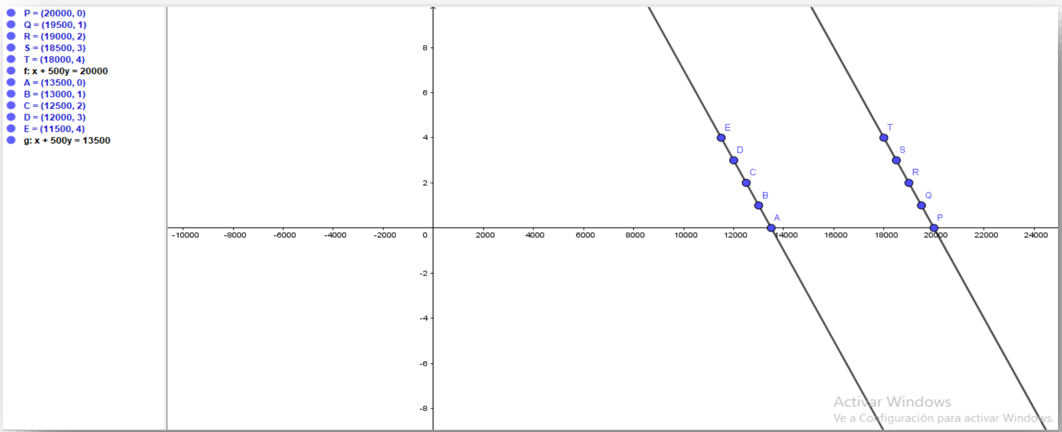
- $y + 500x = 13500$. Correcta.
- $y - 13500 = -500x$. Correcta.
- $y - 500x = 13500$. Incorrecta. Error de signos.
- $y = -500x + 13500$. Correcta.
- $y = 500x + 13500$. Incorrecta. Error de signos.
- $y = 500x - 13500$. Incorrecta. Error de signos.

Segunda parte

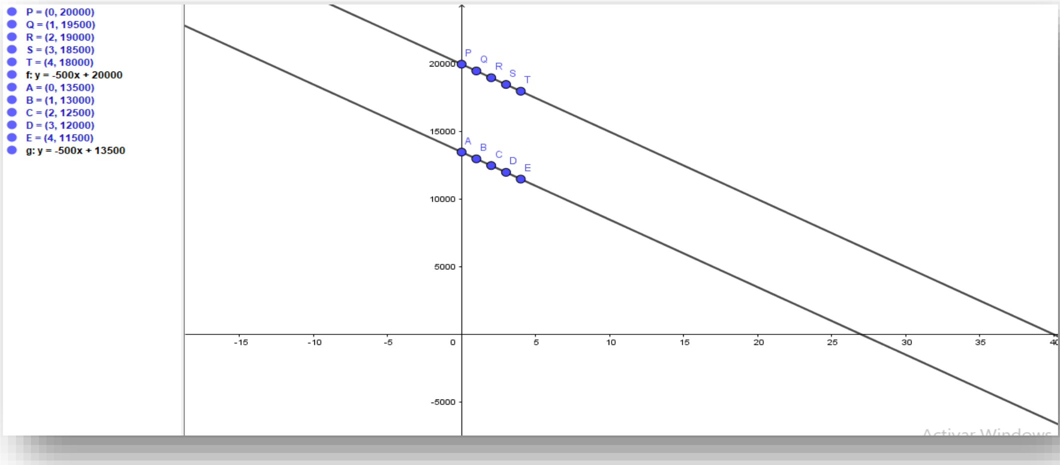
- $y + 500x = 20000$. Correcta.
- $y - 20000 = -500x$. Correcta.
- $y - 500x = 20000$. Incorrecta. Error de signos.
- $y = -500x + 20000$. Correcta.
- $y = 500x + 20000$. Incorrecta. Error de signos.
- $y = 500x - 20000$. Incorrecta. Error de signos.

Apartado d)

- Podrían no darse cuenta qué valores usar para graficar.
- Podrían tener problemas para graficar en los ejes cartesianos por ser valores muy altos y no se darían cuenta de usar diferentes escalas en *x* y en *y*.
- Podrían confundirse a la hora de graficar y usar los valores de *x* en *y* y viceversa; con lo cual les quedaría la siguiente gráfica:

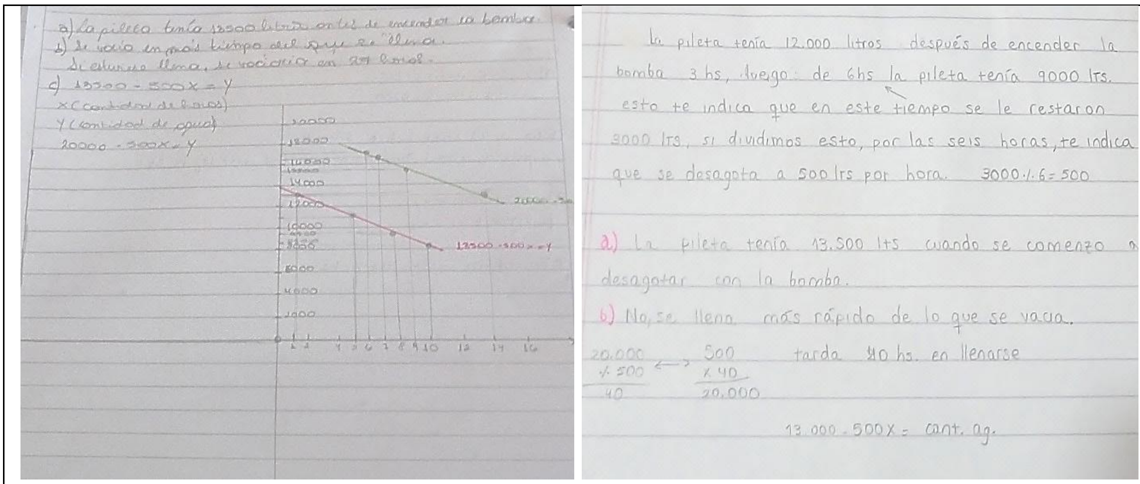


En caso de resolverlo de la manera esperada quedaría una gráfica de la siguiente manera:



Anexo

A continuación, se presentan imágenes donde se muestra la resolución de dos alumnos ya que ésta fue la primera actividad que debieron entregar al docente para ser corregida:



La imagen 1 muestra la resolución completa de esta actividad por parte de una alumna. Fue resolviendo cada apartado y en el tercer punto identificó de manera clara el significado de cada una de las variables. Y al graficar expresa de manera correcta lo que se le solicitaba: la recta en el momento previo de encender la bomba y la recta tomando como punto inicial la pileta llena, dato que deben recuperar de la clase anterior.

Y en la imagen 2 se puede apreciar la resolución de los dos primeros apartados, pero lo que interesa remarcar en este caso es la manera en que razonó el enunciado del problema y cómo llegó a obtener el valor de la pendiente para poder comenzar a resolver el resto de las actividades.

Institucionalización

La institucionalización se hará en dos momentos.

Una vez terminado el apartado c) se va a preguntar a qué fórmula llegó cada uno y es en este momento cuando pueden aparecer diferentes expresiones. Se anotarán todas en el pizarrón y se preguntará: ¿Qué diferencia tiene con el de la clase pasada? Tomando en cuenta la fórmula de la clase pasada, lo que cambia es el signo de la pendiente.

Luego del último apartado se verán las diferencias gráficas entre la situación donde se llena la pileta y en este caso que se vacía. Como conclusión, podemos decir que siempre que la pendiente sea positiva, la función va a ser *"creciente"*, lo cual quiere decir que a medida que aumenta el valor de x también aumenta el valor de y; y cuando la pendiente sea negativa la función va a ser *"decreciente"*, que quiere decir que a medida que aumenta el valor de *x* disminuye el valor de *y*.

Finalmente se van a presentar en el pizarrón todas las fórmulas que fuimos encontrando a lo largo de las actividades de la siguiente manera:

Rollo:	$y = 2x + 20$
Videojuegos:	$y = -15x + 200$
Llenar pileta:	$y = 600x + 2000$
Vaciar pileta:	$y = -500x + 13500$
	$y = -500x + 2000$

Todas las fórmulas presentadas están escritas de este modo:

$$y = ax + b$$

Esta manera de escribir una función lineal es llamada: *Ecuación explícita de la recta.*

Donde:

- y = variable dependiente.
- x = variable independiente.
- a = pendiente.
- b = ordenada al origen.

Otra forma de expresar una función lineal es:

$$Px + Qy + R = 0$$

La cual es llamada *Ecuación implícita de la recta.*

- Ejemplos:

$$-2x + y - 20 = 0$$

$$15x + y - 200 = 0$$

Juego: Dominó Lineal

Objetivo del juego

El juego tiene como objetivo relacionar todo lo aprendido hasta el momento sobre Función Lineal: variación uniforme, ecuación explícita de la función lineal, gráfica, función creciente, función decreciente y el papel que cumplen la pendiente y la ordenada al origen algebraica y gráficamente.

Afianzar conocimientos a través de un juego resulta interesante para atraer la atención de los alumnos de una manera diferente a la trabajada hasta el momento.

La idea es formar cuatro grupos de alumnos ya que se van a presentar 2 dominó. Que jueguen la primera partida y luego cambien y se enfrenten contra otro equipo. A diferencia del dominó tradicional, en este caso no existe una pieza vacía así que se va a sortear quien comienza a jugar.

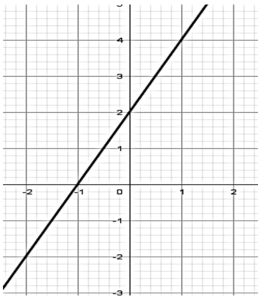
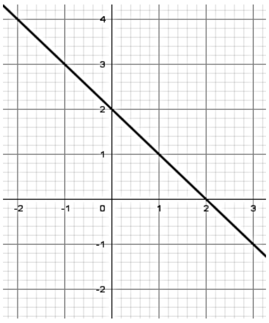
Piezas que componen el juego

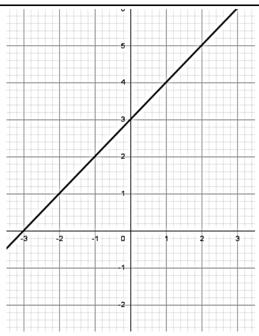
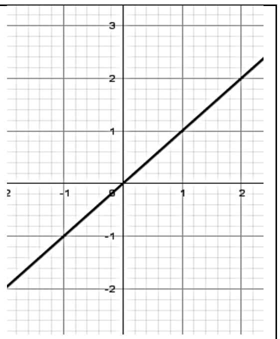
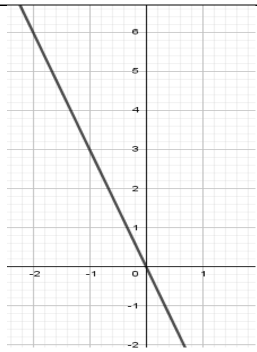
Este dominó está compuesto por 28 fichas como el dominó tradicional, las cuales están compuestas por diferentes aspectos relacionados a la Función Lineal: fórmulas, gráficas, tablas de valores para que analicen la variación uniforme, frases como signos de pendiente u ordenada al origen, situaciones que relacionan los ejes *x* e *y*, diferentes puntos del plano y dos comodines.

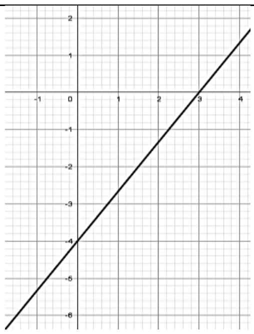
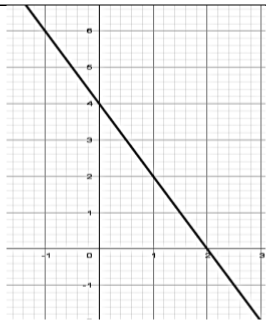
Reglas

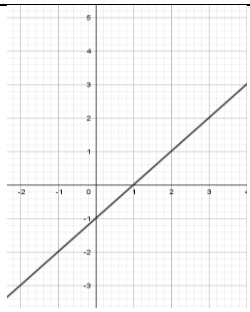
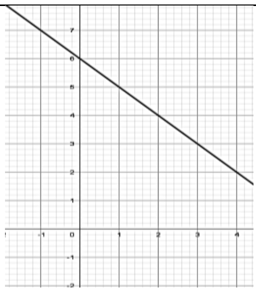
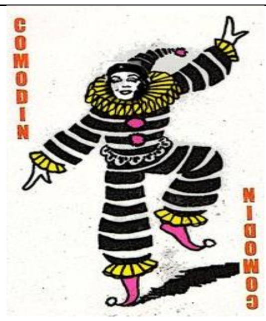
1- Se ponen las fichas boca abajo y se mezclan.
2- Cada equipo elije 14 fichas.
3- Los equipos van a mirar las piezas elegidas.
4- El docente va a realizar un sorteo para ver qué equipo comienza a jugar.
5- Cada equipo va a ir jugando en su turno y pueden pasar el turno en caso de no tener una ficha que coincida con alguna de las que está en la mesa.
6- Gana el equipo que se quede con menos piezas en sus manos o el primero que quede sin ninguna.

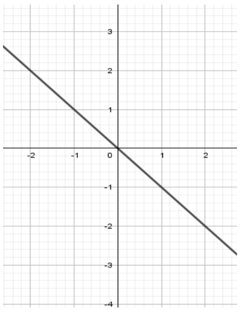
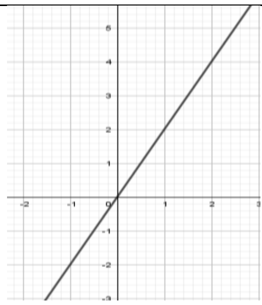
Las fichas usadas son las siguientes

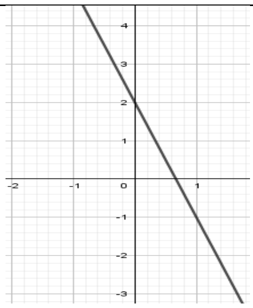
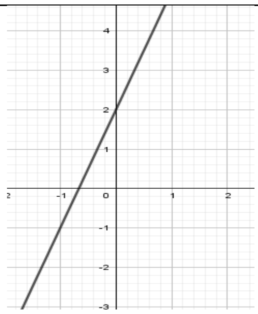
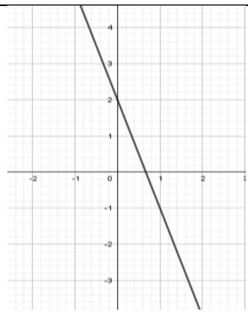
	Pendiente positiva	$y = -x + 2$	Función decreciente
$y = 2x + 3$		Ordenada al origen negativa	$A = (0; 6)$

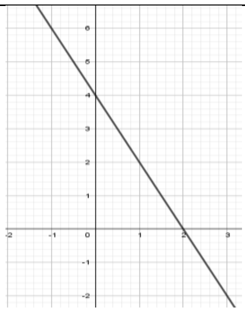
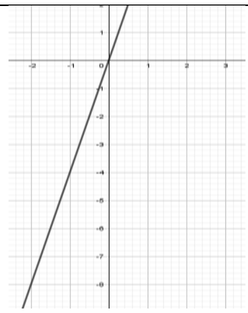
El dinero que tiene Juan (y) supera en 3 pesos al de Eva (x)		Pendiente negativa	
Función creciente	Ordenada al origen igual a 0 (cero)		

<table>
<tr><td>Ordenada al origen negativa</td><td>$y = 2x - 3$</td><td>Ordenada al origen positiva</td><td>Función creciente</td></tr>
<tr><td>$y = -3x$</td><td></td><td>$P = (0; 0)$</td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>$y = -2x + 4$</td><td>$y = -x + 7$</td><td></td><td><table><tr><th>x</th><th>y</th></tr><tr><td>-1</td><td>-2</td></tr><tr><td>0</td><td>-1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>2</td><td>1</td></tr></table></td></tr>
<tr><td><table><tr><th>x</th><th>y</th></tr><tr><td>0</td><td>6</td></tr><tr><td>1</td><td>5</td></tr><tr><td>2</td><td>4</td></tr><tr><td>3</td><td>3</td></tr></table></td><td></td><td>$Q = (0; -1)$</td><td>
</td></tr>
</table>

Ordenada al origen positiva		Pendiente negativa	$y = 2 - 3x$
No nos ponemos de acuerdo. Si tú dices un número, yo digo su opuesto.	Pendiente positiva	El precio del kilogramo de pan (y) es el doble del kilogramo de papas (x).	

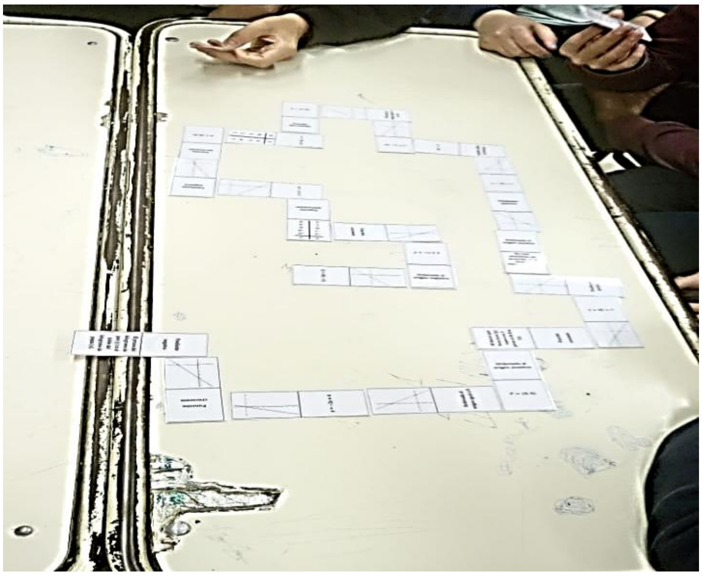
	$y = -x$	$y = 4x$	$R = (-2; 6)$
Función creciente	x y -2 6 -1 3 0 0 1 -3 2 -6		

x y -2 -8 -1 -4 0 0 1 4 2 8		$S = (1; 4)$	

Función decreciente	Ordenada al origen igual a 0	Función decreciente	$y = -2x + 4$

Anexo

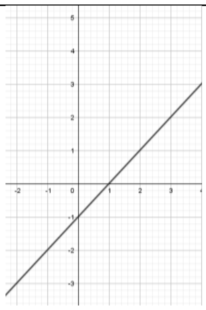
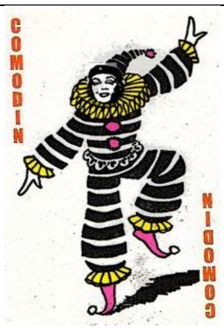
A continuación, se presentan imágenes de la clase en el momento que se desarrolló esta actividad/juego:

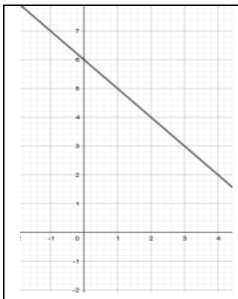
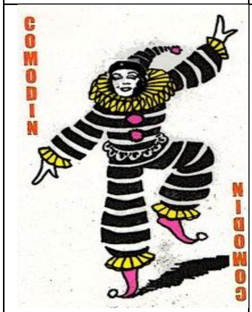


En la Imagen 1 se puede observar cómo empezaban a jugar en uno de los grupos y la Imagen 2 muestra el final del juego en el otro grupo. Los alumnos estuvieron muy dispuestos a realizar esta actividad ya que el juego atrajo su curiosidad y atención. Al principio les costaba ver las relaciones entre las fichas, pero a medida que fueron jugando era muy interesante ver las estrategias que usaban para poder ganar y cómo pensaban y analizaban cada ficha que ubicaban. Hablaban entre los integrantes de un mismo grupo sobre cómo y cuándo les convenía usar los comodines. En uno de los grupos se dieron cuenta que al otro grupo no les quedaban opciones de funciones crecientes así que intentaban ganarles ubicando fichas de este tipo y así los otros estudiantes debieran pasar el turno. Hubo algunos casos donde dudaban si una ficha estaba bien jugada así que recurrían al profesor y cada uno exponía su pensamiento.
Realmente la actividad sirvió de buena manera para afianzar los conocimientos vistos hasta el momento sobre el tema de función lineal.

Actividad: Fichas de Dominó

Teniendo en cuenta las reglas pautadas en el juego de la clase anterior, completa el dominó con las siguientes fichas, explicando por qué las unís de esa manera:

	x | y -1 | -2 0 | -1 1 | 0 2 | 1	Pendiente positiva	Ordenada al origen negativa	Si yo digo un número (x), Juan dice uno menos (y)
$Q = (0; -1)$		Función creciente	$y = x - 1$	Función decreciente

	x | y 0 | 6 1 | 5 2 | 4 3 | 3	Pendiente negativa	Ordenada al origen negativa	Si yo digo un número (x), Juan dice seis más (y)
	$P = (1; 5)$	Función decreciente	$y = -x + 6$	Función creciente

Objetivo de esta actividad

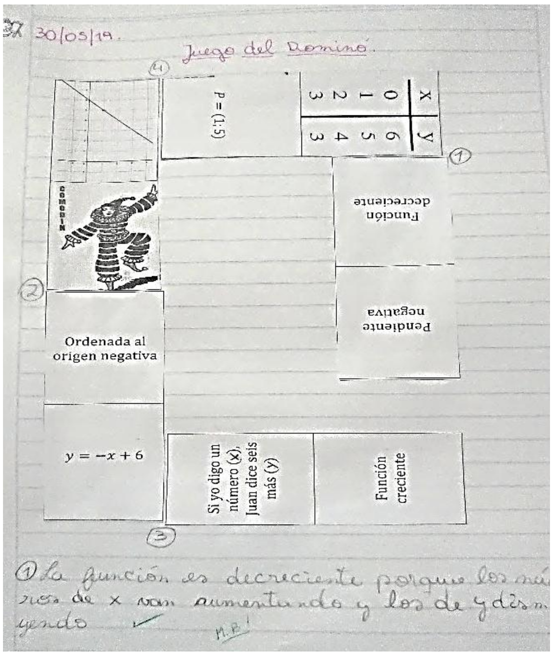
Se dará esta actividad como elemento de evaluación. Los alumnos ya jugaron en la clase anterior con el dominó completo y ahora, individualmente, deben unir las piezas, pegándolas en sus carpetas y explicando por qué las unen de esa manera. Existen dos juegos diferentes porque se quiere que trabajen de manera individual y de esta manera se evita que miren la resolución del compañero de banco. Al final de la clase deben entregar lo que realizaron para que pueda evaluarse las uniones y las justificaciones en cada caso.

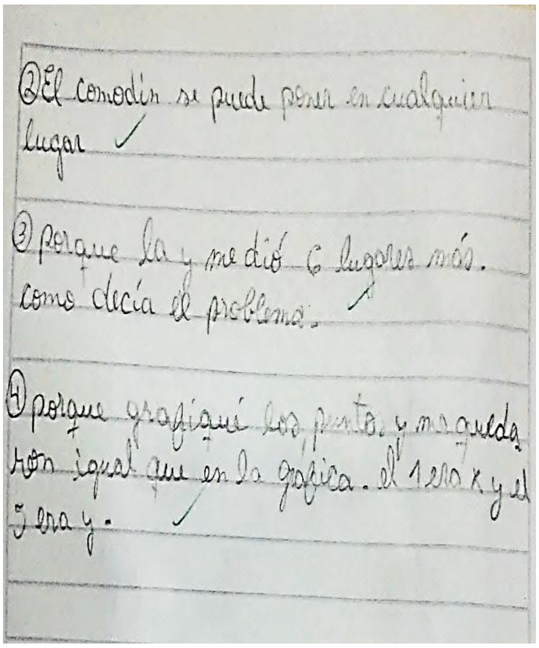
Institucionalización

No se va a hacer cierre de la actividad debido a que se van a trabajar con definiciones que ya vieron y se quiere evaluar lo aprendido hasta el momento. Así que una vez finalizada se va a pedir que realicen la entrega de lo realizado y se va a pasar directamente a la siguiente actividad. Por esa razón se debe trabajar en 40 minutos, para que logren observar lo que quiere trabajarse seguidamente.

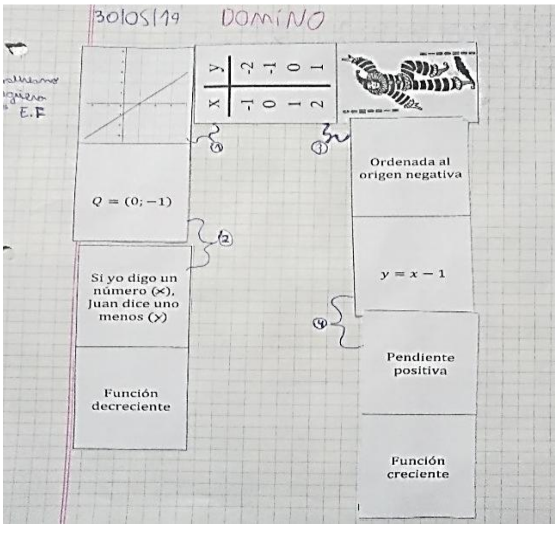
Anexo

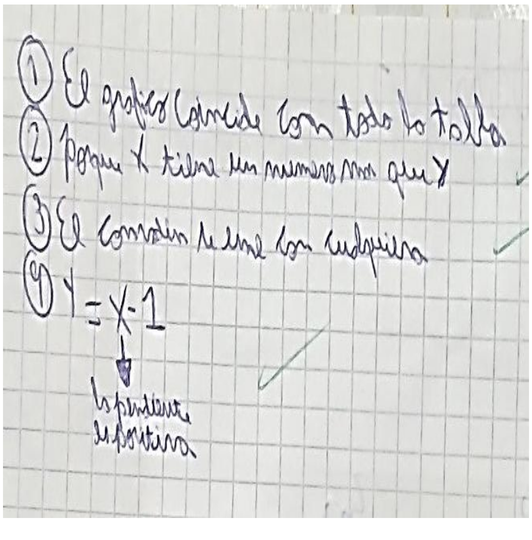
A continuación, se presentan imágenes de la manera en que lo resolvieron algunos de los estudiantes ya que ésta fue la segunda actividad entregable:





En las imágenes 1 y 2 se muestra la resolución de una de las alumnas. Es muy interesante la manera en que justificó cada una de las uniones que realizó y me interesa hacer hincapié sobre todo en la primera, donde dice que la función es decreciente porque los números de *x* van aumentando y los de *y* van disminuyendo; es decir que logró explicar con sus palabras por qué decimos que una función decrece.





En las imágenes 3 y 4 muestran la resolución de un alumno con un juego de fichas diferente al que tenía su compañera (imágenes 1 y 2). En este caso, si bien las justificaciones son más acotadas, al compararlas con las de su compañera, responde de manera correcta por qué ubicó las fichas de esa manera.

Actividad: Puntos en el plano

Marcar en un sistema de ejes cartesianos cinco pares ordenados (puntos), de tal manera que la segunda coordenada sea el doble de la primera, aumentada en tres unidades. ¿Cuántos puntos cumplirán con esta condición? ¿Habrá alguna escritura que permita identificar todos los puntos?

Objetivo de esta actividad

Se quiere que los alumnos interpreten cómo ubicar puntos en los ejes cartesianos y, a través de ello, el docente debe ir analizando en el pizarrón dichos puntos e ir llevándolos para que logren graficar la situación sin necesidad de usar tablas de valores. Al llegar a la fórmula a través de los pares ordenados se quiere lograr que entiendan cómo graficar a partir de dicha fórmula.

Posibles resoluciones de los alumnos

- Podría ocurrir que los alumnos no se den cuenta la relación entre los puntos y llegar a puntos que no cumplen con la condición pedida. Ejemplos:

$$A = (1; 2)$$
$$B = (2; 4)$$
$$C = (3; 6)$$
$$D = (4; 8)$$
$$E = (5; 10)$$

  En este caso sólo estarían analizando puntos donde la segunda coordenada es el doble de la primera, con lo que les estaría faltando la condición de aumentarla en tres unidades.

- Si lo resuelven de la manera correcta sería de la siguiente manera (este es un ejemplo de cinco pares ordenados que pueden llegar a aparecer):

$$P = (0; 3)$$
$$Q = (1; 5)$$
$$R = (2; 7)$$
$$S = (3; 9)$$
$$T = (4; 11)$$

  Infinitos puntos van a cumplir con esta condición. Y la función quedaría de la siguiente manera: $y = 2x + 3$.

Institucionalización

Al finalizar la actividad se van a tener escritas en el pizarrón tres gráficas y la fórmula a la que llegaron. Se va a analizar cada una de ellas y se van a ver las relaciones entre los puntos, cómo se ubican y se "van moviendo" en los ejes cartesianos según los valores de la ordenada al origen y la pendiente de la fórmula encontrada.

Para graficar una recta se debe tener en cuenta la pendiente de la misma y la ordenada al origen. Si queremos graficar nuestra función $y = 2x + 3$:

- La ordenada al origen es $b = 3$, es decir el punto es $(0; 3)$ y es el primero que ubicamos en el gráfico.
- La pendiente *a* mide la razón de cambio entre lo que sucede a lo largo del eje *y* y lo que sucede en el eje *x*. En nuestro caso la pendiente es *a=2*, como no tiene denominador, se le asigna como tal, el valor 1.
- A partir del punto *b* aplicamos el concepto de pendiente. Corremos un lugar hacia la derecha (sentido positivo de las *x*) y subimos 2 lugares (porque el valor es positivo, sentido positivo de *y*; si fuese negativo bajaríamos).

Y obtenemos el gráfico de la recta al unir la ordenada al origen con el último punto marcado.

Actividad: Tabla de valores

Se tiene una función lineal $y = \frac{1}{2}x + 3$.

A partir de esta función se armó una tabla de valores.

a) Para cada valor de *x*, decidan si está bien calculado o no el valor correspondiente de *y*. En caso de no estarlo, determinen el valor correcto.

x	***y***
-8	-1
0	3
1	3,5
3	4,5
8	10

b) Determina el valor de *x* para el cual se cumple que *y=0*.

c) Si *x* aumenta 2 unidades, ¿cuánto aumenta *y*? ¿Y si *x* aumenta una unidad, ¿cómo varía *y*?

d) Esta función, ¿es creciente o decreciente?

e) Realiza el gráfico de dicha función.

Objetivo de la actividad

En esta actividad, si bien se analiza una Función lineal, el tema que estamos trabajando, se presenta por primera vez un problema descontextualizado que pone en juego los distintos registros de representación. Es decir, a partir de la fórmula, se pide el análisis de una tabla y, luego, de la variación, para finalmente confeccionar un gráfico en los ejes cartesianos. Y en dicho gráfico los alumnos ya van a poder elegir entre graficar desde la tabla o directamente a partir de la fórmula.

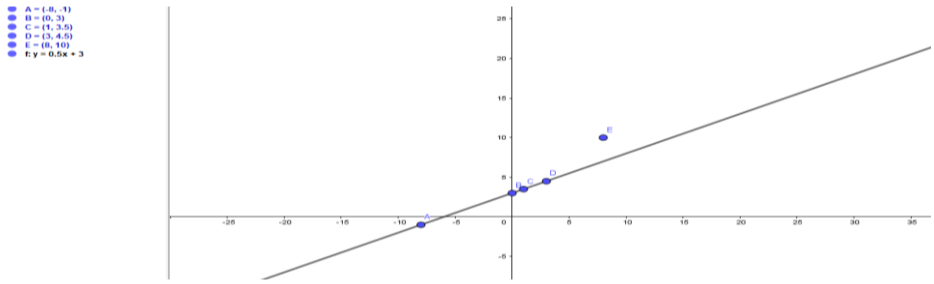
Es la última actividad de mi residencia y se pone en juego la idea principal que tratamos a lo largo de mi estadía en este curso que es la "Variación Uniforme". Se analiza el crecimiento o decrecimiento de una función que lo pueden ver desde la fórmula o desde el gráfico.

Resulta ser una actividad de cierre acorde a los temas trabajados hasta el momento, pero trabajados desde un punto de vista diferente, sin una contextualización determinada como la mayoría de los casos vistos hasta el momento.

Posibles resoluciones de los alumnos

Apartado a)

- Podrían no darse cuenta cómo analizar la variación entre las variables.
- Podrían graficar los puntos en un sistema de ejes cartesianos y analizarlos desde ahí:



- Si analizan los primeros valores pueden observar la variación existente entre las variables y decir que la tabla está bien constituida sin dar cuenta que el último valor (el 10) no cumple con la variación uniforme buscada.
- Si lo responden de la manera esperada deberían responder que a medida que *x* aumenta una unidad, *y* aumenta 0.5, por lo que, en el último lugar del cuadro, en lugar de ir 10, iría 7.

Apartado b)

- Podrían no saber la manera de plantear la situación para poder resolverla.
- Podrían plantearlo equivocando las variables:

$$y = \frac{1}{2} * 0 + 3$$
$$y = 3$$

A la hora de corroborarlo no les daría el resultado que estamos buscando:

$$y = \frac{1}{2} * (-3) + 3$$
$$y = \frac{3}{2}$$

- Si lo resuelven de la manera esperada:

$$0 = \frac{1}{2}x + 3$$
$$(-3) : \frac{1}{2} = x$$
$$-6 = x$$

Para corroborar si el resultado encontrado es correcto lo reemplazo en la función y debe dar cero:

$$y = \frac{1}{2} * (-6) + 3$$
$$y = -3 + 3$$
$$y = 0$$

Apartado c)

- Podrían encontrar variaciones diferentes a la que estamos buscando con algunos errores de cuentas o de interpretación.
- Si lo responden de la manera esperada:

  Cuando *x* es 1, *y* es igual a 3,5

  Cuando *x* es 3, *y* es igual a 4,5. Por lo que, si *x* fuese 5, *y* sería 5,5.

  Entonces podemos concluir que mientras *x* aumenta 2 unidades, *y* aumenta 1.

  Cuando *x* es 0, *y* es igual a 3

  Cuando *x* es 1, *y* es igual a 3,5

  Cuando *x* es 3, *y* es igual a 4,5. Por lo que, si *x* fuese 2, *y* sería 4.

  Entonces podemos concluir que mientras *x* aumenta 1 unidad, *y* aumenta 0,5

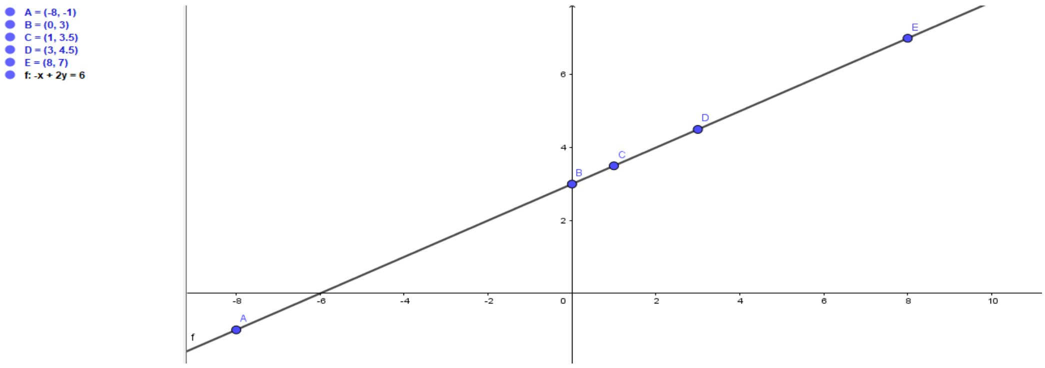
Apartado d)

- Podrían no darse cuenta desde la fórmula cómo saber si es creciente o decreciente.
- Podrían intentar graficar y no acordarse cuándo era creciente y cuándo decreciente.

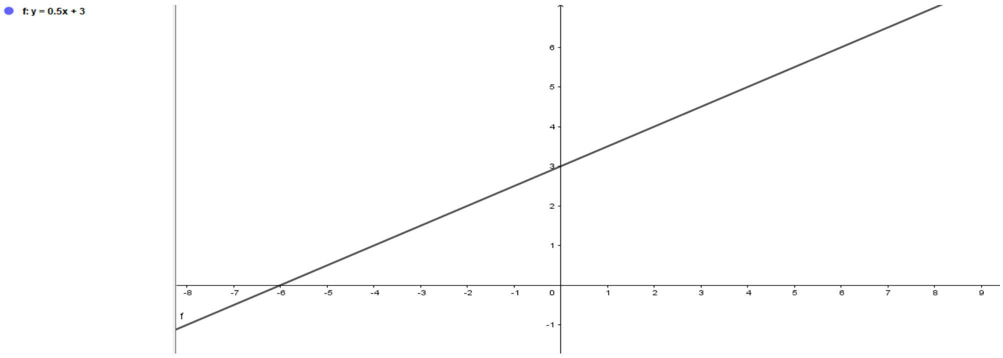
- Este apartado pueden analizarlo desde la fórmula o si graficaron anteriormente también desde la gráfica lo pueden resolver. La respuesta esperada sería que como tiene pendiente positiva, la función es creciente. Si lo miran gráficamente, como a medida que aumenta el valor de *x* también aumenta el valor de *y*, la función es creciente.

Apartado e)

- Podrían graficar desde la tabla de valores para lo cual deben completarla correctamente:

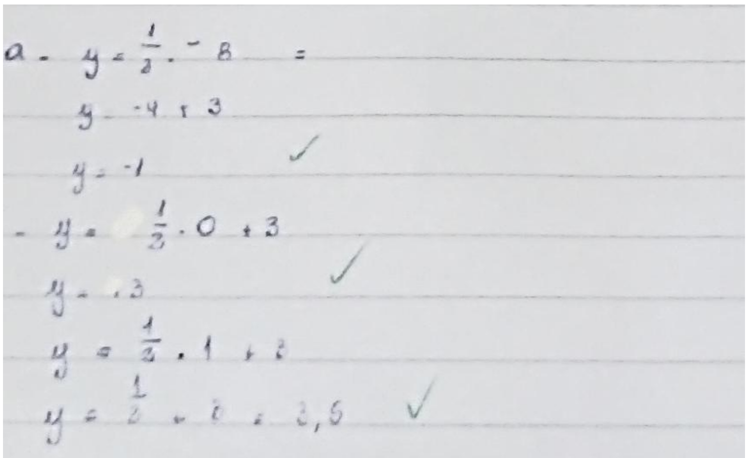


- Resolución esperada:

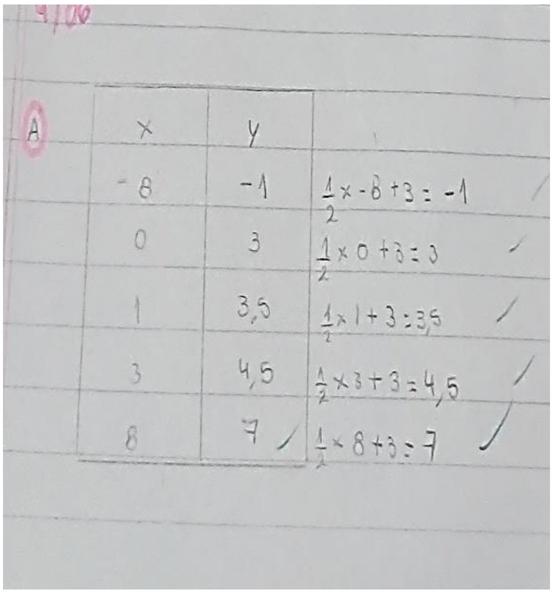


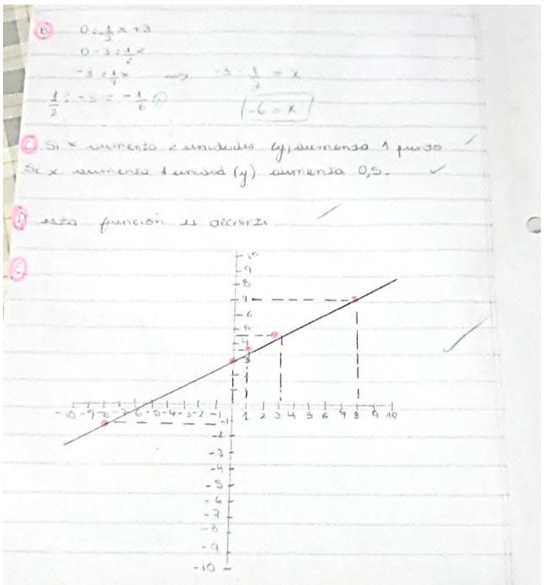
Anexo

Las imágenes que se muestran a continuación son fotos de algunas de las resoluciones de los alumnos debido a que ésta fue la tercera y última actividad que debían entregar para su corrección:

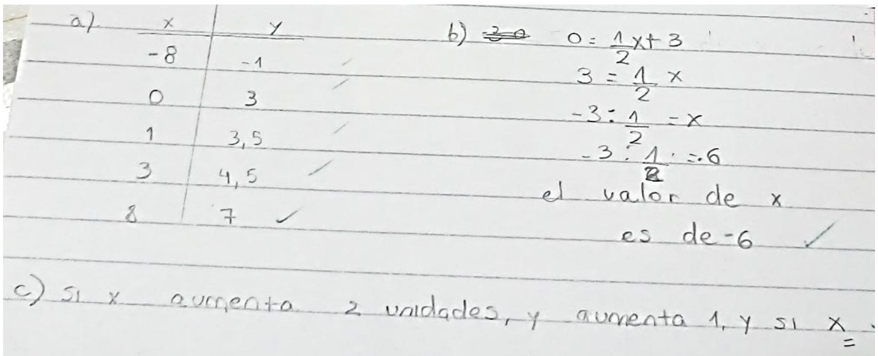


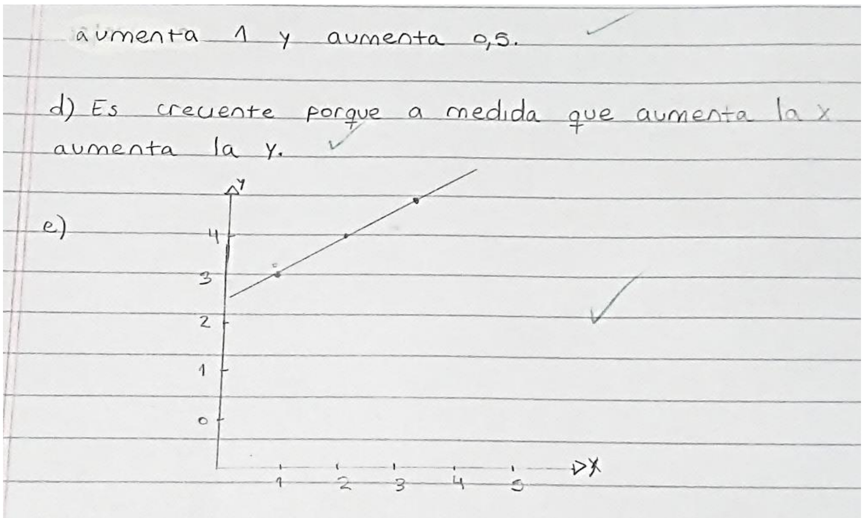
La Imagen 1 muestra cómo resolvió la primera actividad uno de los alumnos. Fue reemplazando con todos los datos de la tabla para saber las magnitudes que van aumentando cada una de las variables. Lo hace reemplazando cada valor en *x* y, de esa manera, llegar a los valores de *y*. De esta manera encuentra cuál es el dato erróneo en la tabla.



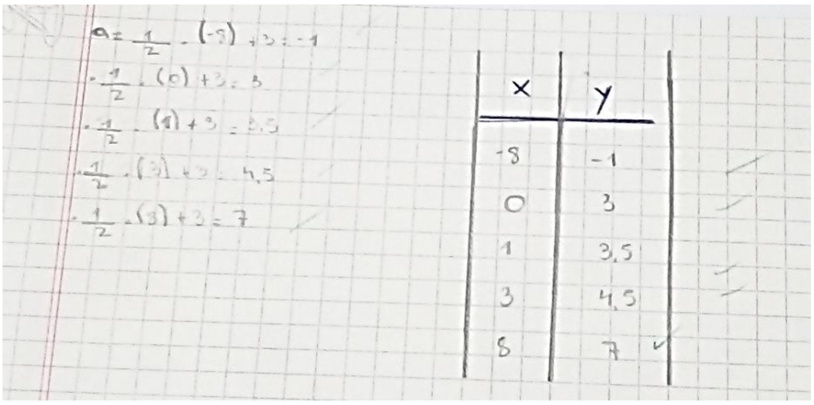


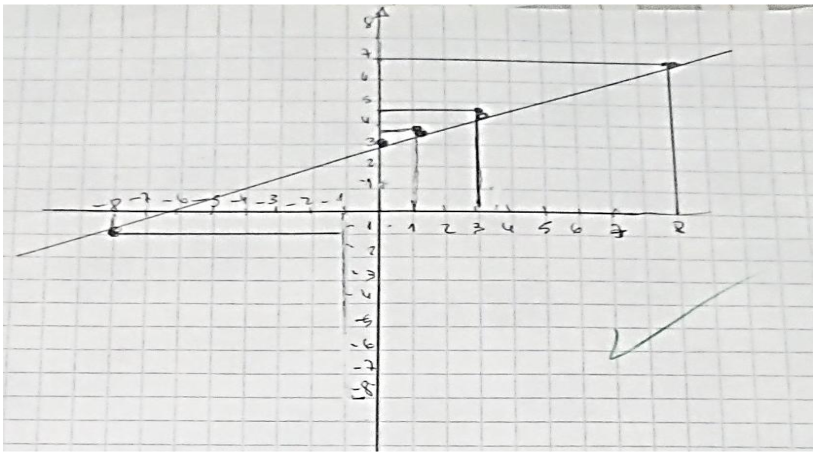
Las imágenes 2 y 3 muestran la manera en que un estudiante resolvió todas las actividades. Primero encuentra cual es el dato erróneo en el apartado a) reemplazando con cada valor de *x*. Luego en el apartado b) encuentra el valor de *x* reemplazando con 0 en *y* y despejando. En los apartados c) y d) responde encontrando las variaciones y afirmando que es una función creciente. En el último apartado grafica los datos obtenidos en la tabla del primer punto.





Las imágenes 4 y 5 muestran la manera en que uno de los alumnos resolvió la totalidad de los enunciados. Se puede apreciar las diferentes estrategias a la hora de resolver con respecto al alumno anterior. Por ejemplo, en el apartado c) responde que la función es creciente pero además justifica la respuesta dada y en ele apartado que se le pide la gráfica sólo tomó en cuenta los valores positivos de la variable *x*.





Estas últimas imágenes (6 y 7) me interesan destacarlas porque son de un alumno que tenía muchas dificultades a la hora de resolver las actividades. Y, como se puede observar, logró resolver la primera actividad de manera correcta ya que encontró el valor erróneo de la tabla y, luego, esos datos pudo ubicarlos en los ejes cartesianos y así graficar la situación planteada.

Institucionalización

Es mi última clase como residente, y por ello en primer lugar se realizará la corrección de las actividades como ya se mencionó en las Intervenciones Docentes y luego se procederá a realizar un resumen de todo lo visto. Función Lineal: Variación Uniforme, variables (dependientes e independientes), parámetros (pendiente y ordenada al origen), ecuación explícita e implícita de la recta, función creciente y decreciente, gráfica de la recta con y sin tabla de valores.

Anexo

La siguiente actividad formaba parte de la planificación, pero, en su lugar, decidí agregar una actividad evaluativa relacionada con el juego del Dominó que me resultaba más adecuada para poder evaluar los contenidos vistos hasta el momento.

Actividad: Gimnasio

Lucía va al gimnasio. Como no está muy lejos de su casa siempre va caminando. En el trayecto de su casa al gimnasio gasta 200 calorías. Luego, cuando empieza a ejercitarse primero realiza bicicleta fija, con lo cual su profesor le dijo que con esta actividad quema

5 calorías por minuto de pedaleo. Teniendo en cuenta desde el momento en que salió de su casa:

a) ¿Cuántas calorías gastaría si pedalea durante media hora? ¿Si hace bicicleta durante 50 minutos cuántas gastaría? ¿Y si estuviese en la bicicleta durante una hora y cuarto?
b) Elabora una fórmula que te permita calcular la cantidad de calorías gastadas por Lucía en "x" cantidad de minutos.
c) Grafica esta situación en un sistema de ejes cartesianos sin usar tabla de valores.

Objetivo de la actividad

Esta actividad, si bien es parecida a algunas de las que ya trabajaron, se quiere que a través de una situación que para los alumnos es relativamente conocida logren graficar sin necesidad de usar tabla de valores, que pongan en juego lo aprendido en la actividad anterior. Sirve para que logren generalizar como ya venían trabajando, pero cambia a la hora de realizar el gráfico, lo cual les serviría para darse cuenta que, de este modo, puede graficar más rápidamente sin necesidad de graficar punto por punto como lo venían haciendo.

Posibles resoluciones de los alumnos

Apartado a)

- Este apartado podrían resolverlo sin necesidad de plantear una fórmula. Resolviendo de la siguiente manera:

  $5 * 30 + 200 = 350$. Calorías gastadas en 30 minutos.

  $5 * 50 + 200 = 450$. Calorías gastadas en 50 minutos.

  $5 * 75 + 200 = 575$. Calorías gastadas en una hora y cuarto (75 minutos).

- Podrían plantear la fórmula directamente y reemplazar luego con los diferentes valores: $y = 5x + 290$. Donde x son los minutos transcurridos e y las calorías gastadas.

  $5 * 30 + 200 = 350$. Calorías gastadas en 30 minutos.

  $5 * 50 + 200 = 450$. Calorías gastadas en 50 minutos.

  $5 * 75 + 200 = 575$. Calorías gastadas en una hora y cuarto (75 minutos).

Apartado b)

- Podrían equivocarse a la hora de presentar la fórmula, aunque con la variedad de actividades que analizamos ya no debería ocurrir, pero puede pasar. Por lo que plantearían alguna de las siguientes fórmulas:

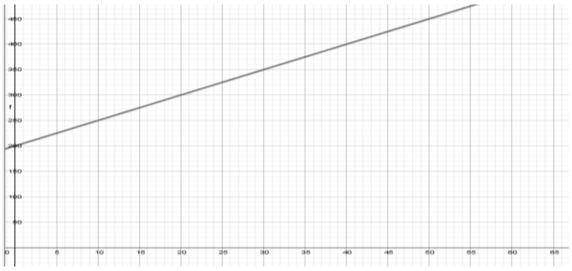
$$y = 200x + 5$$
$$y = -5x + 200$$

- Si lo resuelve de la manera esperada quedaría la siguiente fórmula:

$$y = 5x + 200$$

Apartado c)

- Podría ocurrir que todavía no se den cuenta la manera de graficar sin tabla de valores por lo que se pueden equivocar a la hora de marcar la ordenada al origen o a la hora de "moverse" según el valor de la pendiente.
- Si lo hacen de la manera esperada:



Institucionalización

La primera Institucionalización se dará luego de la actividad inicial que es donde se explicó cómo graficar sin necesidad de usar tabla de valores.

Al finalizar la clase se afianzará esta idea analizando las actividades de las clases anteriores y las formas de graficar la situación problemática de los videojuegos y del vaciado de la pileta. Se hará énfasis en estos casos ya que, a diferencia de las actividades del día de hoy, la pendiente es negativa. En este caso nos corremos lo que indica el denominador de la *x* para la derecha (esto es siempre así) y lo que marca el numerador para abajo ya que tiene signo negativo. Y obtenemos el gráfico de la recta al unir la ordenada al origen con el último punto.